



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
ENERGY INSTITUTE

# NÁVRH INDUCERU PŘED OBĚŽNÝM KOLEM ODSTŘEDIVÉHO ČERPADLA

THE DESIGN OF AN INDUSER IN FRONT OF THE IMPELLER

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. ONDŘEJ KLUSÁK

VEDOUcí PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. MILOSLAV HALUZA, CSc.

BRNO 2012



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2011/2012

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Ondřej Klusák

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Fluidní inženýrství (2301T036)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla**

v anglickém jazyce:

### **The design of an inducer in front of the impeller**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Před oběžným kolem odstředivého čerpadla se pro zvýšení sací schopnosti a kavitační odolnosti dává inducer. Jeho úkolem je chránit oběžné kolo před kavitací.

Cíle diplomové práce:

Základním cílem diplomové práce je ověření hydraulických návrhů induceru a zjištění jeho vlivu na kavitační vlastnosti čerpadla.

Seznam odborné literatury:

- [1] Lazarkiewicz, S., Troskolanski, A. T.: Impeller pumps, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1965
- [2] Lobanoff, V. S., Ross, R. R.: Centrifugal pumps, design and application, Gulf Professional Publishing, Houston, 1992, ISBN 13-978-0-87201-200-4
- [3] Karassik, I. J., Messina, J. P., Cooper, P., Heald, Ch.: Pump handbook, McGraw Hill, 2008, ISBN 978-0-07-146044-6
- [4] Bláha, K., Brada, K.: Příručka čerpací techniky, ČVUT, Praha, 1997, ISBN 80-01-01626-9

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 9.11.2011

L.S.

---

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **Abstrakt**

Hlavním cílem diplomové práce je ověření hydraulických návrhů induceru a zjištění jeho vlivu na kavitační vlastnosti čerpadla. Před oběžným kolem odstředivého čerpadla se pro zvýšení sací schopnosti a kavitační odolnosti dává inducer. Jeho úkolem je chránit oběžné kolo před kavitací.

V literární části diplomové práce je zpracována problematika kavitace, jejího vzniku, vývoje a zániku kavitační bubliny tzv. implozí. Zvláštní pozornost je věnována popisu kavitačního jevu vyskytujícího se u hydrodynamických čerpadel. V teoretické části se autor dále zabývá obecnými zásadami a dosud použitými přístupy k návrhu induceru.

V praktické části diplomové práce je uveden postup a odvození vlastních návrhů válcového induceru. Snahou v práci použitých, nekonvenčních přístupů k návrhu induceru je dosažení konstantního pole tlaku, respektive měrné energie na výstupu z induceru. Dílčí varianty navržené geometrie lopatek induceru jsou podrobeny kontrolnímu výpočtu pomocí CFD.

## **Klíčová slova**

kavitace, inducer, návrh tvaru lopatky, konformní zobrazení, čerpadlo

## **Abstract**

The main objective of the thesis is to verify the hydraulic inducer designs and to determine its effect on the cavitation characteristics of the pump. To increase the suction capability and cavitation resistance, the inducer is placed in front of the impeller centrifugal pump. Its role is to protect the impeller against the cavitation.

The literary part of the thesis analyzes the issue of cavitation, its origin, development and termination of the cavitation bubble with so-called implosion. Special attention is devoted to description of cavitation effect occurring at the hydrodynamic pumps. In the theoretical part, the author is then dealing with the general principles and so far used approaches to the inducer design.

The practical part of the thesis describes the process and the derivation of own designs of cylindrical inducer. The aim of the used, unconventional approaches to the inducer design is to achieve a constant pressure field and specific energy of the inducer design output. Partial variants of inducer blades design geometry are tested by the controlled calculation with CFD.

## **Keywords**

cavitation, inducer, shape blade design, conformal display, pump



## **Bibliografická citace**

KLUSÁK, O. *Návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 102 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.





## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma *Návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla* vypracoval samostatně pod vedením vedoucího práce doc. Ing. Miloslava Haluzy, CSc. a dále s využitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu na konci této práce.

V Brně dne 25. května 2012

.....

Ondřej Klusák



## **Poděkování**

Na tomto místě bych rád poděkoval především vedoucímu mé diplomové práce doc. Ing. Miloslavu Haluzovi, CSc. za cenné rady, připomínky a náměty, které výrazně pomohly při řešení dané problematiky. Rovněž bych rád poděkoval doc. Ing. Pavlu Rudolfovi, Ph.D. a Ing. Romanu Klasovi, Ph.D. za užitečné rady týkající se tvorby výpočetních domén-sítí pro CFD výpočty v programu Gambit a samotných CFD výpočtů v programu ANSYS Fluent. Dále bych rád vyjádřil poděkování rodičům za morální a finanční podporu, neboť díky nim jsem mohl nastoupit na vysokou školu a tím vytvořit i tuto diplomovou práci.



## OBSAH:

1	ÚVOD .....	4
2	KAVITACE .....	5
2.1	Podstata kavitačního jevu .....	6
2.2	Kavitační jádro a vývoj kavitační bubliny .....	7
2.3	Vývoj a typy kavitací .....	7
3	KAVITACE V ČERPADLECH .....	9
3.1	Vznik kavitace v hydrodynamickém čerpadle .....	9
3.2	Vznik kavitace na lopatkách oběžného kola .....	9
3.3	Měrná energie čerpadla .....	13
3.4	Kavitační deprese, parametr NPSH .....	13
3.5	Určení geodetické sací výšky .....	14
3.6	Vliv kavitace na provoz HD čerpadel .....	17
3.6.1	Účinky kavitace na provozní parametry .....	17
3.6.2	Stržení charakteristiky $\Delta y$ -Y .....	17
3.6.3	Průvodní jevy kavitace v čerpadle .....	19
3.6.3.1	Tlakové pulzace .....	19
3.6.3.2	Vibrace a hluk .....	19
3.6.3.3	Kavitační opotřebení .....	20
3.7	Ochrana čerpadel před kavitací .....	21
4	INDUCER .....	22
4.1	Význam induceru .....	22
4.2	Kavitace v induceru .....	23
4.3	Zásady návrhu induceru .....	23
4.4	Konvenční přístupy k návrhu induceru .....	24
4.4.1	Inducer-šroubová plocha konstantního stoupání ( $S=\text{konst}$ ) .....	24
4.4.1.1	Výhody a nevýhody přístupu $S=\text{konst}$ .....	26
4.5	Nekonvenční přístupy k návrhu induceru .....	27
4.5.1	Inducer-pole konstantního tlaku ( $p=\text{konst}$ ) a měrné energie ( $Y=\text{konst}$ ) .....	28
5	METODIKA VLASTNÍHO NÁVRHU TVARU LOPATEK INDUCERU .....	29
5.1	Návrhové parametry válcového induceru .....	29
5.1.1	Zadané parametry .....	29
5.1.2	Dopočítané základní parametry, volba hodnot nezadaných parametrů .....	30

5.2	Základní předpoklady návrhu.....	31
5.3	Výpočet veličin na proudové ploše .....	32
6	POUŽITÁ TEORIE.....	33
6.1	Měrná energie a tlakový zisk vytvořený válcovým inducerem.....	33
6.2	Výpočet měrné energie induceru, známe-li požadovaný tlakový rozdíl.....	34
6.3	Měrná energie systému inducer-oběžné kolo čerpadla .....	35
6.3.1	Měrná energie ok čerpadla (bez induceru).....	36
6.3.2	Měrná energie ok čerpadla s inducerem.....	36
6.4	Základní úvahy o rovinném potenciálním proudění .....	36
6.5	Konformní zobrazení.....	37
6.5.1	Konformní zobrazení střední čáry profilu .....	39
6.5.1.1	Kvadratická změna úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$ .....	39
6.5.1.2	Lineární změna úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$ .....	40
6.6	Metoda singularit.....	42
7	UPLATNĚNÉ PŘÍSTUPY NÁVRHU GEOMETRIE LOPATKY INDUCERU .....	43
7.1	Návrh $p=\text{konst}$ (ER) - dle Eulerovy čerpadlové rovnice.....	43
7.1.1	Výpočet tlakového zisku a měrné energie induceru.....	43
7.1.2	Výpočet vstupního/výstupního úhlu lopatky induceru.....	44
7.1.3	Určení tvaru střední čáry profilu lopatky .....	44
7.1.4	Tvorba 3D modelu lopatky-Autodesk Inventor .....	46
7.1.4.1	Úprava tvaru lopatky v oblasti jejího napojení k náboji .....	47
7.1.4.2	Úprava náběžné a odtokové hrany .....	48
7.2	Návrh $Y=\text{konst}$ (ER) - dle Eulerovy čerpadlové rovnice.....	49
7.3	Návrh $p=\text{konst}$ (SNG) - metodou singularit.....	50
7.3.1	Výpočet na 3 proudových plochách .....	50
7.3.2	Model lineární změny úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$ .....	50
7.3.3	Význam hodnoty tlakového zisku .....	50
7.3.4	Detailní rozbor proudění .....	51
7.3.5	Souřadnice bodů geometrie lopatky .....	53
8	VÝPOČET CFD.....	54
8.1	Příprava základní geometrie výpočetní domény .....	54
8.2	Tvorba výpočetní sítě - Gambit 2.4.6.....	54
8.3	Výpočet v prostředí SW Fluent (Ansys verze 13.1).....	56
8.3.1	Předpoklady výpočtu.....	56

8.3.2	Nastavované parametry.....	56
8.3.3	Konvergence .....	56
8.3.4	Postup vyhodnocení výpočtu .....	57
8.3.4.1	Průběh veličin $p$ , $Y$ na průřezu .....	57
8.3.4.2	Tlakový zisk $\Delta p$ , zisk měrné energie $\Delta Y$ , zisk sací výšky $\Delta H$ .....	58
8.3.4.3	Ověření hydraulické účinnosti $\eta_h$ .....	59
8.3.4.4	Bližší pohled na proudění v systému .....	59
9	ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ CFD VÝPOČTU .....	60
9.1	Výsledky CFD výpočtu jednotlivých variant návrhu .....	60
9.1.1	$p=\text{konst}$ (ER).....	60
9.1.2	$Y=\text{konst}$ (ER).....	62
9.1.3	$p=\text{konst}$ (SNG).....	63
9.2	Závěrečné zhodnocení výsledků CFD výpočtu .....	64
10	ZÁVĚR.....	65
11	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....	67
12	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ .....	69
13	SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ .....	72
14	PŘÍLOHY .....	75

# 1 ÚVOD

Diplomová práce se zabývá problematikou popisu kavitace vyskytující se v pracovním prostoru hydrodynamických čerpadel. Kavitace je v hydraulických strojích, a zejména právě u čerpadel, obecně nežádoucí. Pro snazší a hlubší pochopení významu ochrany čerpadel před vznikem kavitace je formou literární rešerše podrobně zpracována teorie popisující celý proces kavitačního jevu.

V literární části práce jsou diskutovány projevy kavitace na provozní parametry, nejsou opomenuty ani průvodní jevy kavitace v čerpadle. Jedním z vnějších a zároveň nejdůležitějších projevů kavitace v čerpadle vůbec, je ovlivnění provozních parametrů čerpadla: průtoku  $Q$ , měrné energie  $Y$  a hydraulické účinnosti  $\eta_h$ . Právě na základě změn provozních parametrů se nejčastěji posuzují kavitační vlastnosti čerpadel. Zabráněním vzniku kavitace lze předcházet i dalším, tzv. doprovodným účinkům kavitace, jako jsou např.: značné tlakové pulzace v hydraulickém prostoru čerpadla (i dále v celém potrubním řádu), vyšší vibrace stroje a pro kavitaci charakteristický hluk. V neposlední řadě mezi doprovodné účinky kavitace patří kavitační opotřebení (eroze), ke které dochází v důsledku zániku-tzv. imploze kavitační bubliny na obtékaném povrchu, nebo v jeho těsné blízkosti. Následně jsou nastíněny i možné konstrukční úpravy vstupní části čerpadel a provozní zásady, které potlačují vznik vyvinuté kavitace v hydraulickém prostoru čerpadla. Největší pozornost je dále věnována konstrukci pomocných plnicích stupňů-inducerů. Inducer je zpravidla nejčastěji řešen jako čistě axiální oběžné kolo předřazené „hlavnímu“ oběžnému kolu čerpadla a je umístěn společně s oběžným kolem na společné, hnané hřídeli. Jeho úkolem je chránit oběžné kolo čerpadla před kavitací. Toho inducer dosahuje prostřednictvím mírného zvýšení tlaku v prostoru sání oběžného kola čerpadla. Inducer tak přispívá ke zvýšení sací schopnosti a kavitační odolnosti odstředivých čerpadel.

Hlavním cílem diplomové práce a tématem její praktické části jsou vlastní hydraulické návrhy induceru, jejich výpočetní ověření pomocí CFD výpočtu a stanovení jejich vlivu na kavitační vlastnosti čerpadla. V práci jsou uplatněny celkem 3 návrhové postupy, jejichž společným znakem je snaha o dosažení co možná nejvíce vyrovnaného (ideálně konstantního) pole měrné energie  $Y$ , respektive tlaku  $p$  na průřezu na výstupu kapaliny z induceru. Jedná se o prvotní návrhy, na základě jejichž výpočetního ověření je možné rozhodnout, zda je konstantní rozložení sledované veličiny ( $Y, p$ ) na průřezu v určité vzdálenosti za odtokovou hranou lopatek induceru uvedenými postupy vůbec možné dosáhnout. Ostatně toto rozhodnutí je závěrem této předkládané diplomové práce.



## 2 KAVITACE

Název pojmu kavitace pochází z latinského „cavitas“, což obecně znamená dutina. Kavitací nazýváme jev v kapalině, který je charakterizován vznikem, vývojem a zánikem-tzv. implozí kavitačních dutin (bublin) v kapalině. Při snížení tlaku v kapalině až na tlak nasycených par (odpovídající dané teplotě) dochází k intenzivnímu odpařování kapaliny (tj. v celém objemu kapaliny sníženého tlaku). Vznikají kavitační dutiny, malé bublinky vyplněné parou kapaliny, obecně plynem. Vlivem kavitace tak dochází k určitému lokálnímu porušení spojitosti kapaliny. Dostanou-li se následně kavitační bubliny do oblasti s vyšším tlakem než je tlak počátku kavitace (kavitační tlak), prudce zde kondensují. Bubliny zanikají (implodují) a do uvolněných prostorů je okolním tlakem prostředí vysokou rychlostí vtlačována kapalina. Pokud k zániku doprovázeného hydraulickým rázem dojde na povrchu pevného materiálu nebo případně v jeho bezprostřední blízkosti, dochází při dlouhodobém působení k mechanickému rozrušení tohoto materiálu. Pod pojmem kavitace je vhodné chápat celý tento úkaz komplexně, tj. počínaje vytvořením parních bublin v důsledku poklesu tlaku a jejich následnou kondensací-zánikem, spolu s uvažováním účinků samotného jevu kavitace na okolí jeho výskytu. [1, 2]

Problematicke kavitace je již od počátku jejího objevení věnována značná pozornost. Vůbec poprvé byla kavitace pozorována u lodních šroubů, viz obr. 2. 1., již okolo roku 1895. Stejně jako dnes, kdy je kavitace zaznamenávána zejména u vodních turbín, hydrodynamických i hydrostatických čerpadel, v hydrodynamických převodech a ložiskách, v armaturách atd., tak i tehdy kavitace způsobovala jednak snížení výkonu (nedosažení návrhových parametrů), jednak značné a také poměrně rychlé poškození obtékaných částí. S hloubkou poznání kavitačního jevu byly nalezeny i různé možnosti jeho uplatnění. Jako příklady jmenujme: konstrukce ruských torpéd Va-111 Škval (Vichřice) dosahující rychlosti více než  $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  díky sníženému tření kapaliny na povrchu torpéda; hubení sinic hydrodynamickou kavitací; desinfekce lékařských nástrojů pomocí akustické kavitace apod. [1, 3]

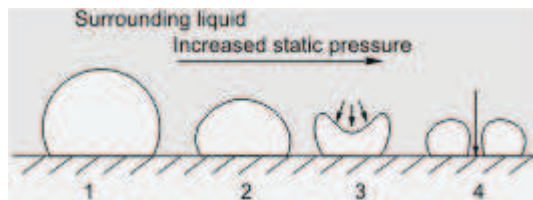


Obr. 2. 1 Kavítace na lopatkách lodního šroubu [4]

## 2.1 Podstata kavitačního jevu

Ke kavitaci dochází, poklesne-li tlak v daném místě kapaliny až na hodnotu tlaku nasycených par  $p_w$ , odpovídající dané teplotě kapaliny. Pro vodu o teplotě  $t = 20^\circ\text{C}$  je dle literatury [5] hodnota tlaku nasycených par rovna  $p_w = 2337 \text{ Pa}$ . Závislost tlaku nasycených par, označovaného také jako tzv. kavitační tlak, na teplotě je následující: čím nižší teplota, tím nižší tlak a tím i nižší riziko vzniku kavitace. Kromě teploty má na vznik kavitace vliv „tahové napětí kapaliny“, jinými slovy soudržnost kapaliny, která se odvíjí od obsahu plynů a pevných částic v kapalině (ty tvoří tzv. kavitační jádra). Vlivem lokálního poklesu tlaku ( $p < p_w$ ) tedy dochází k porušení souvislosti kapaliny a vzniká pozorovatelná malá kavitační bublina. V případě, že hodnota tlaku zůstane stejná anebo ještě dále klesá, rozměr kavitační bubliny se postupně zvětšuje. Kavitační bublinu si lze jednoduše představit jako malý prostor obklopený kapalinou, který je zpočátku děje vyplněn nasycenými parami okolní kapaliny, později i difundujícími plyny, které mohou být v okolní kapalině rovněž obsaženy. Dochází k tvorbě parních nebo plynových bublin. Protože skutečná kapalina obsahuje vždy rozpuštěný i volný plyn, dochází tedy k oběma dějům a vzniká tzv. paroplynová kavitační bublina. Při vymizení podtlaku, který vznik kavitace vyvolal, např. přemístěním kavitační bubliny do oblasti vyššího tlaku v proudící kapalině, kavitační bublina prudce zaniká tzv. implozí neboli kavitačním kolapsem. [1]

Na obr. 2. 2 je zachycena imploze kavitační bubliny v blízkosti obtékaného povrchu. Pozice 4 na obr. 2. 2 představuje poslední fázi imploze, při níž se vytvoří vodní paprsek s vysokou kinetickou energií, dynamickým působením a tedy i s destruktivním účinkem na okolní materiál. Plochy povrchu materiálu, na které působí silové účinky těchto „mikroproudů“, jsou velmi malé ( $10^{-9}\text{m}^2$ ). [6]



Obr. 2. 2 Proces zániku-imploze kavitační bubliny v blízkosti pevného povrchu [4]

Imploze vyvolá rovněž tlakové-rázové vlny vysokých amplitud s vysokou rychlostí jejich šíření, které mohou mít opět výrazně destruktivní účinky na okolní materiál. Samotná imploze trvá podle velikosti kavitační dutiny po dobu  $10^{-5}$  až  $10^{-3} \text{ s}$ , a rychlost imploze dosahuje hodnot i nad  $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  [6]. Jelikož je imploze bublinek velice rychlá, uvnitř bublin dochází k prudké srážce částic kapaliny, což vyvolá jejich stlačení v řádu  $10^6 \div 10^7 \text{ Pa}$  [7]. Tyto poměrně velké deformace vyvolají v kapalině zmiňovanou rázovou vlnu, tj. vniká hydraulický ráz. V zápětí se totiž silně stlačené částice snaží roztáhnout, rychlost částic kapaliny má nyní opačný směr-vznik „záporného“ hydraulického rázu. Jiné zdroje [1] uvádí, že v závislosti na velikosti bubliny dosahuje tlak při kolapsu kavitační bubliny i hodnot řádově  $10^9 \text{ Pa}$ . Při zániku bubliny v blízkosti obtékaného povrchu, respektive přímo na povrchu dochází po určité době působení kavitace k narušení struktury povrchu materiálu. Vysoká frekvence zanikání kavitačních bublin vede k tzv. vysokocyklové únavě materiálu, postupně tvorbě mikrotrhlin, jejich šíření a oddělování částic materiálu. [2, 6]

Vlivem intenzivního namáhání povrchu obtékaného profilu hydraulickým rázem tak dochází k úbytku materiálu. Tento jev je označován jako kavitační eroze a je hlavním nepříznivým projevem kavitace. Kavitační eroze je pouze jedním z charakteristických účinků kavitace, která se vyznačuje mechanickým charakterem kavitačního rozrušení. Dále existují účinky kavitace, při nichž se uplatňuje charakter např. chemický a elektrochemický, viz dále. V nejbližším okolí kavitačních bublin dochází k výraznému uvolnění energie. Lokální nárůst teploty spojený s tímto dějem se odhaduje až o 3000 °C. Dalšími jednoznačně negativními důsledky kavitace jsou např. vibrace a hluk, apod. [2, 6]

## 2.2 Kavitační jádro a vývoj kavitační bubliny

Kavitační bubliny vznikají v oblastech kapaliny s hodnotou tlaku nižší, než je tlak nasycených par dané kapaliny, čímž dochází k porušení její soudržnosti. Podmínkou porušení této soudržnosti je překonání kohezních sil molekul, jejichž projevem je pevnost kapaliny. Pevnost kapaliny ve smyslu určitého odporu proti odtržení molekul od sebe je značně závislá na čistotě kapaliny. Pro absolutně čistou vodu je uváděna hodnota pevnosti 1013 MPa. Pro vodu s obsahem různých příměsí (bubliny nerozpuštěného plynu, mechanické částice), jakožto reálnou kapalinu literatura uvádí pevnost výrazně nižší, odpovídající ~202 MPa. Experimentálně zjištěná pevnost se ovšem pohybuje v rozsahu hodnot  $10^4 \div 10^6$  Pa, čili jedná se o hodnoty výrazně nižší než u ideálně čisté kapaliny. [1]

Obecně lze předpokládat, že největší vliv na snížení pevnosti kapalin mají především volné nerozpuštěné plyny, které tvoří tzv. kavitační jádra. Oproti tomu mechanické částice dobře smáčivé kapalinou nijak významně mez pevnosti kapaliny nesnižují, avšak pouze v případě pokud fázové rozhraní mezi kapalinou a pevnou částicí je schopné přenášet napětí větší než kohezní síly. Rovněž i rozpuštěné plyny v kapalině její pevnost nijak podstatně nesnižují. Lze se domnívat, že kavitační jádra tvořená volnými nerozpuštěnými plyny jsou v mikroskopických štěrbinách, trhlinách na povrchu obtékaného profilu nebo na mikroskopických částicích příměsí obsažených v kapalině. Kavitační bubliny se vyvíjejí z kavitačních jader, které při vhodných podmínkách (další pokles tlaku) rostou až po dosažení kritické velikosti. Další růst je spojen s možností pozorovat kavitační bublinu pouhým okem. [1]

## 2.3 Vývoj a typy kavitací

Z hlediska dílčích procesů vzniku a vývoje kavitace a podle oblasti možného výskytu lze rozlišovat několik typů (režimů) kavitace. Nejčastější příčinou vzniku kavitace v hydraulických strojích-tedy i v čerpadlech je dynamický pokles tlaku při průtoku kanály, respektive při obtékání profilů kapalinou při vyšších rychlostech. Takto vzniklá kavitace se označuje jako kavitace *hydrodynamická*. Jako další příklad lze uvést např. *akustickou* kavitaci, jejíž příčinou je průchod intenzivní akustické vlny v periodách zředění kapaliny, např. při pohybu pevného tělesa (např. kmitání, vibrace) ve stojící kapalině. [1]

Kavitačních bubliny či dutiny se obvykle shlukují a vzniká tzv. *kavitační zóna*. Kavitační zóny mohou mít různý vzhled, např.: kapsovité zóny (vzniká za obtékaným tělesem), plošná zóna (na povrchu tělesa), vláknová zóna (sled kavitačních dutin v podobě vlákna), spárová zóna, zóna odtržení proudu, apod. [6]

Okamžik, ve kterém dochází k explozivnímu růstu kavitační bubliny, se nazývá *počátek kavitace*. Shluk kavitačních bublin tvoří v kapalině *kavitační oblast* (kavitační zónu či mrak), která je ohraničena buď zcela kapalinou, nebo kapalinou a pevnou stěnou. Kavitace vyvinutá do takového stupně, že kavitační oblast ovlivňuje charakter proudění v hydraulickém stroji do té míry, že jsou již ovlivněny i jeho energetické parametry (průtok, účinnost, apod.), se nazývá *plně vyvinutá kavitace*. Mezistupeň vývoje kavitace, tj. mezi počátkem kavitace a plně vyvinutou kavitací, se označuje *částečně vyvinutou kavitací*. Jestliže rozměr kavitační oblasti stále narůstá a dosáhne určité hraniční velikosti, probíhá uvnitř této oblasti periodicky se opakující proces složený z růstu kavitační oblasti, zpětného naplňování oblasti kapalinou (proti směru hlavního proudu) a utržení oblasti s jejím odplavením. Tento stav se označuje jako *superkavitace* [1]. Bližší pohled na typy-režimy kavitace vyskytující se při provozu čerpadel je uveden později-viz kapitola 3.2 této práce.



## 3 KAVITACE V ČERPADLECH

### 3.1 Vznik kavitace v hydrodynamickém čerpadle

Vznik kavitace v čerpadlech ovlivňují fyzikální vlastnosti čerpané kapaliny (tj. např. obsah plynů, napětí nasycených par, teplota kapaliny apod.) a také hydrodynamické vlastnosti mezilopátkových kanálů oběžného kola čerpadla. O vzniku kavitace rozhoduje především tlakové pole, které závisí jak právě na geometrickém tvaru hydraulických částí, tak dále i na otáčkách a průtoku čerpadlem a zvláště na tlakových poměrech ve vstupní části (tzn. na hodnotě statického tlaku v sacím hrdle čerpadla). Samotný proces tvorby kavitačních bublin a vývoj kavitačních režimů je již dostatečně podrobně popsán v kapitole 2. Obecně může ke vzniku kavitace docházet prakticky ve všech pracovních orgánech čerpadla, nejčastěji však jsou počátkem kavitace ohrožena místa na konci samovolného pohybu kapaliny-okolí vstupu kapaliny do kanálů oběžného kola [1, 8]. Nejdříve se u hydrodynamických čerpadel kavitační opotřebení projeví právě na vstupní hraně lopatky, respektive na ploše lopatky kousek za vstupní hranou, viz obr. 3. 1. Detailněji bude rozebrána problematika vzniku kavitace na lopatkách oběžného kola v následující kapitole.

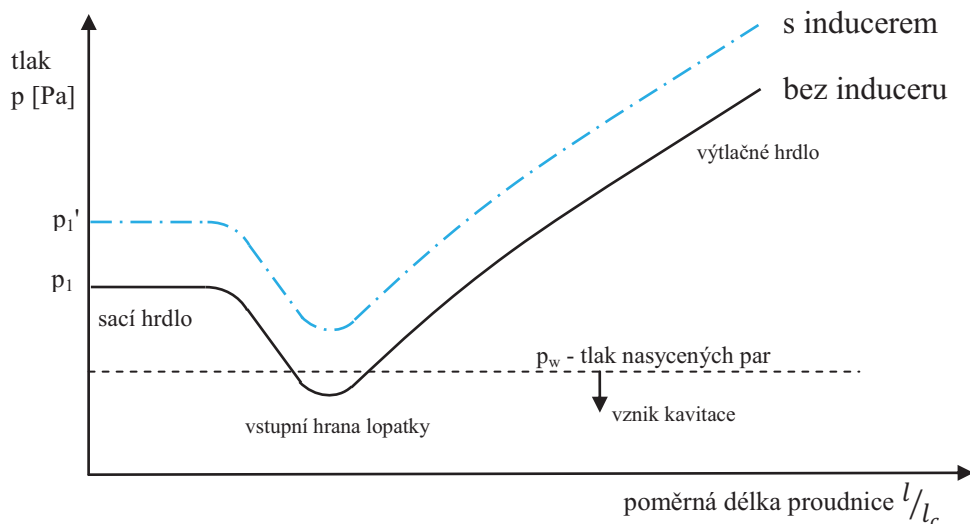


Obr. 3. 1 Kavitační opotřebení vstupní hrany lopatky oběžného kola hydrodynamického čerpadla [9]

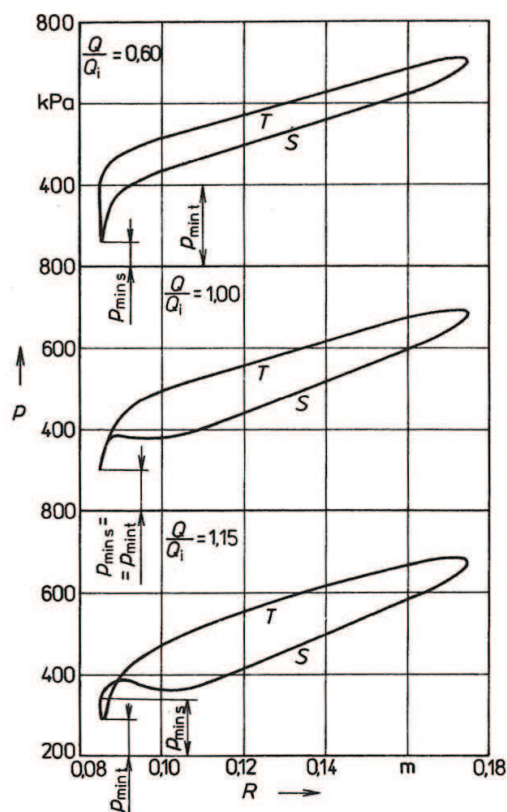
### 3.2 Vznik kavitace na lopatkách oběžného kola

Tlakové pole vytvořené v hydraulickém prostoru čerpadla má svoji minimální hodnotu především na vstupní části lopatek oběžného kola, viz obr. 3. 2. Důvodem je zčásti velká rychlost proudící kapaliny dále umocněná zmenšením průtočného průřezu (počet lopatek dané tloušťky) a zčásti i skutečnost, že oběžné kolo v této oblasti ještě nestihlo předat kapalině dostatečnou energii. Dále za tímto kritickým bodem, znázorněným na obr. 3. 2 lokálním minimem křivky závislosti, je již hodnota statického tlaku vyšší, tedy oběžné kolo už tzv. „tlakuje“. Obr. 3. 3 přináší pohled na průběh statického tlaku na lopatce oběžného kola. Na tlačné straně lopatky (přední strana ve směru rotace) je průměrná hodnota statického tlaku vyšší než na sací (zadní) straně lopatky. Z obr. 3. 3 je rovněž zřejmé, že minimum tlaku a tedy místo vzniku kavitačních bublin závisí na průtoku. Při průtoku  $Q < Q_i$  nastává minimum tlaku na sací straně lopatky, při  $Q > Q_i$  na

tlačné straně lopatky, při  $Q = Q_i$  tj. při návrhovém průtoku (bezrázový vstup) nastává minimum tlaku na obou stranách lopatky současně. Jinými slovy, se změnou průtoku se mění i směr rychlosti kapaliny natékající oběžné kolo, což vyvolá vstupní ráz. Na protilehlé straně lopatky než naráží kapalina, vzniká místo minima tlaku a tedy i místo vzniku kavitačních bublin, viz obr. 3. 4.

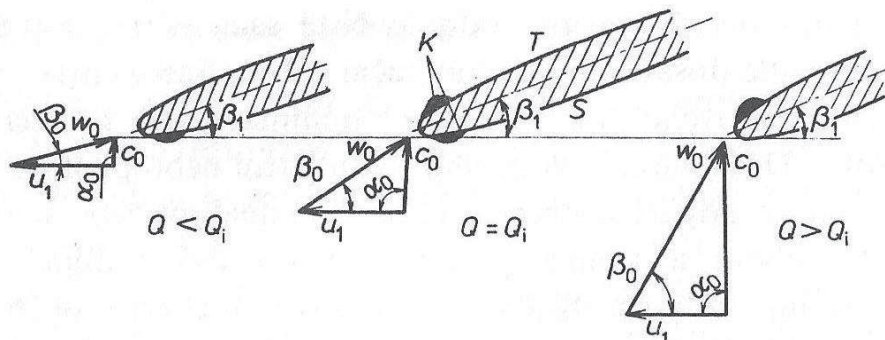


Obr. 3. 2 Průběh tlaku po proudnici v mezilopatkovém kanále odstředivého čerpadla [10]  
a) bez předřazeného pomocného axiálního oběžného kola-induceru, b) s inducerem



Obr. 3. 3 Průběh statického tlaku na lopatce radiálního oběžného kola v závislosti na poloměru  $R$  při různém poměrném průtoku  $Q/Q_i$  [1]  
(T - tlaková strana; S - sací strana)

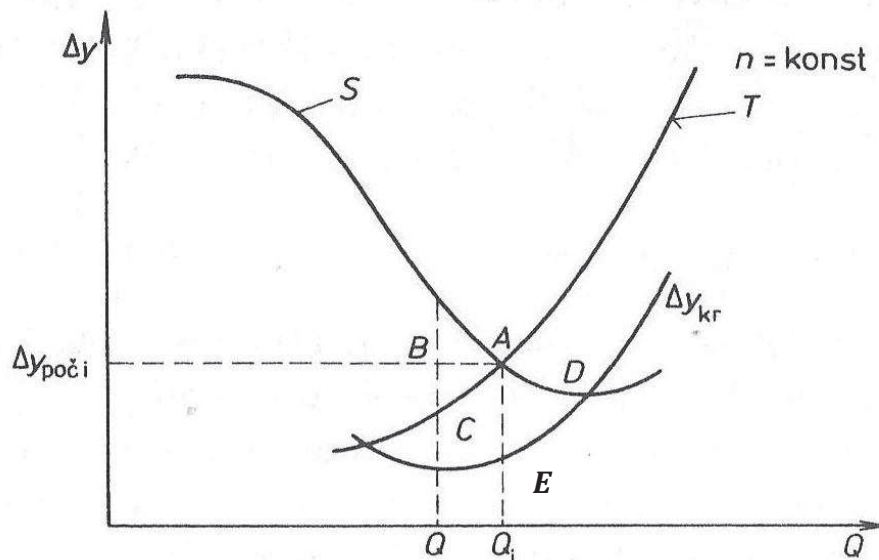
Nátok, čili směr proudu kapaliny na lopatku je jednoznačně určen pomocí rychlostního trojúhelníka. Rychlostní trojúhelník představuje grafické znázornění vektorové rovnice:  $c_0 = u_1 + w_0$ , kde  $c_0$ ,  $w_0$  je absolutní a relativní rychlost těsně před vstupní hranou lopatky a  $u_1$  je unášivá (obvodová) rychlost na vstupní hraně lopatky. Na obr. 3. 4 je uveden nejjednodušší případ natékání lopatek oběžného kola (tzv. kolmý vstup), kdy absolutní přítoková rychlost  $c_0$  svírá s obvodovou rychlostí  $u_1$  úhel  $\alpha_0 = 90^\circ$  (čerpadlo s čistě axiálním vstupem). Relativní rychlost  $w_0$  je skloněna pod úhlem  $\beta_0$ , který je obecně odlišný od vstupního úhlu lopatky  $\beta_1$  a jejich rozdíl  $\vartheta = \beta_1 - \beta_0$  se nazývá úhel náběhu na lopatku. [1]



Obr. 3. 4 Počátek kavitace na lopatce oběžného kola - rychlostní trojúhelník před vstupní hranou lopatek oběžného kola při  $\alpha = 90^\circ$  [1]  
(T - tlaková strana; S - sací strana; K - kavitace)

S rostoucím průtokem čerpadla přímo úměrně narůstá rychlost  $c_0, w_0$  a také úhel  $\beta_0$ . Ideálního nátoku (bez rázu) je dosaženo v případě, kdy  $\beta_1 = \beta_0 \leftrightarrow \vartheta = 0$ . Tento stav teoretický odpovídá průtoku  $Q = Q_i$  (bod návrhu), který se shoduje se situací uprostřed na obr. 3. 3 – prostřední případ. V tomto případě je minimální statický tlak na tlačné i sací straně lopatky shodný  $p_{min,t} = p_{min,s}$ , tj. k počátku kavitace dojde současně na tlačné i sací straně lopatky. Při průtoku  $Q > Q_i$  je  $\vartheta < 0$ , bod náběhu na lopatku se přesouvá dále po její sací straně, tlačná strana je obtékána vyšší rychlostí než sací, a tudíž minimální tlak na tlačné straně lopatky je nižší než na sací straně  $p_{min,t} < p_{min,s}$ , viz obr. 3. 3 - dolní případ. Na tlačné straně lopatky tak dochází k počátku kavitace při vyšší hodnotě  $\Delta y_{poč}$  než na sací straně, viz obr. 3. 5. Veličina  $\Delta y_{poč}$  představuje kavitační depresi-určitou energetickou rezervu kapaliny nad stavem, který by odpovídal počátku vzniku kavitace v kapalině. Podrobnější popis i s odvozením veličiny  $\Delta y_{poč}$  přináší kapitola 3.4. Při průtocích  $Q < Q_i$  je situace zcela opačná, neboť  $\vartheta > 0$ . S rostoucím úhlem náběhu  $\vartheta$  se bod náběhu proudu přesouvá směrem k tlačné straně lopatky, čili sací strana lopatky je obtékána kapalinou s vyšší rychlostí a proto je minimální tlak na sací straně lopatky nižší než na tlačné straně  $p_{min,t} > p_{min,s}$ , viz obr. 3. 3 - horní případ. Na sací straně lopatky tedy dochází k počátku kavitace při vyšší hodnotě  $\Delta y_{poč}$  než na tlačné straně. V oblasti nižších průtoků, tj.  $Q < Q_i$  je platnost výše uvedeného popisu proudění částečně omezena. Při snižování průtoku z  $Q_i$  existuje určitá hranice průtoku, kdy může docházet na vstupu oběžného kola k vytvoření prstencového víru a zpětného proudění na vnější proudové ploše, doprovázeného vznikem obvodové složky absolutní rychlosti (tzv. předrotace kapaliny před oběžným kolem). Další snížení průtoku vyvolá zvětšení víru a zpětného proudění, zpětné proudění se rozšiřuje až ke střední proudové ploše. [1]

Výsledky zkoušek optické indikace vzniku kavitace zjišťované z poklesu provozních parametrů (měrné energie  $Y$  při tzv. strhávací zkoušce) lze zobrazit společně v kavitační charakteristice čerpadla, viz obr. 3. 5. Tato závislost  $Q - \Delta y_{poč}$  přináší představu o počátku kavitace na lopatce oběžného kola.



Obr. 3. 5 Křivky počátku kavitace [1]  
(S - na sací straně; T - na tlakové straně)

Oblast bez vzniku kavitace je vymezena tzv. odpařovacími křivkami, které odpovídají stavu vytváření prvních kavitačních bublin na lopatkách oběžného kola. Křivka počátku kavitace pro sací stranu lopatky (S) je v malých průtocích deformována zpětným prouděním a minimum leží v oblasti vyšších průtoků. Křivka počátku kavitace na tlačné straně (T) vykazuje jednoduší, v celém rozsahu výskytu rostoucí závislost. Obě křivky se protínají v bodě o souřadnicích  $Q_i; \Delta y_{poč i}$ . V kavitační charakteristice lze rozlišovat tyto oblasti [1, 8]:

- A**-bezkvitační oblast s minimem  $\Delta y_{krit}$  v okolí návrhového (bezrázového) průtoku  $Q_i$ ,
- B**-oblast s kavitací na sací straně lopatky ( $Q < Q_i$ ),
- C**-oblast s kavitací na sací i tlačné straně lopatky,
- D**-oblast s kavitací tlačné straně lopatky ( $Q > Q_i$ ),
- E**-oblast s kavitací, ve které kavitace již značně ovlivňuje parametry čerpadla.

Provoz čerpadla v oblasti A je v řadě případů neekonomický, neboť příliš velká bezpečnost před vznikem kavitace (vysoká energetická rezerva), tj. vysoká hodnota kavitační deprese  $\Delta y$  může mít dle vztahu (3.9) za následek to, že by čerpadlo muselo mít nátok ( $H_{gs} < 0$ ). Odvození veličiny kavitační deprese  $\Delta y$  je uvedeno v následující kapitole. Nátok u čerpadel, pokud je vůbec realizovatelný, zvláště pak u čerpadel větších dimenzí vyvolává zvýšené stavební (tj. celkové) náklady čerpacího zařízení. Tudíž se často volí provoz čerpadla v oblasti C při částečné kavitaci, neboť u tohoto režimu kavitace ještě nedochází ke snižování provozních parametrů čerpadla. Během provozu čerpadla v tomto režimu je ovšem nutné sledovat vývoj kavitačního opotřebení na oběžném kole. [8]

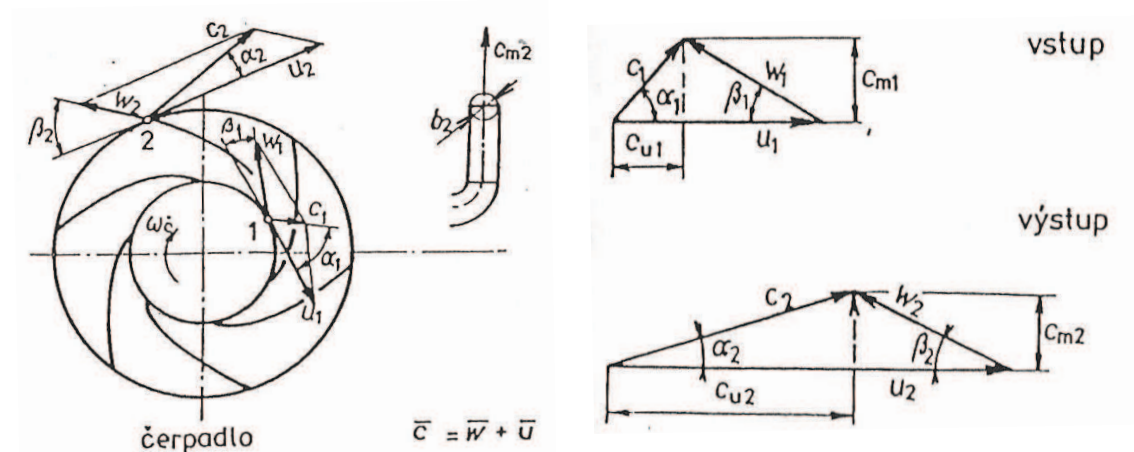


### 3.3 Měrná energie čerpadla

Teoretická měrná energie kapaliny  $Y$ , (získaná v čerpadle) lze vyjádřit pomocí vztahu, nazývaného jako **Eulerova čerpadlová rovnice** (dále jen EČR). EČR udává teoretickou měrnou energii kapaliny pomocí unášivých složek absolutní rychlosti  $c_u$  a unášivé rychlosti  $u$ , a je definována vztahem [8]:

$$Y = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \quad (3.1)$$

kde: index 1 značí vstup kapaliny do prostoru oběžného kola čerpadla a index 2 značí výstup, viz obr. 3. 6.



Obr. 3. 6 Kinematické poměry v oběžném kole čerpadla [8]

### 3.4 Kavitační deprese, parametr NPSH

Kavitační deprese je definována jako přebytek celkové měrné energie (tlakové a kinetické) jakožto součet  $p_s/\rho + c_s^2/2$  ve vstupním průřezu čerpadla - nejčastěji vztaženo k sacímu hrdlu) nad měrnou tlakovou energií  $p_w/\rho$  nasycených par čerpané kapaliny [1]. Energetická rezerva v sacím hrdle je nutná ke krytí hydrodynamických ztrát v přívodních kanálech čerpadla a ztrát na vstupu do kanálů oběžného kola [8]. Definice kavitační deprese je popsána normou (ČSN 11 0001), lze ji vyjádřit vztahem:

$$\Delta y = \frac{p_s}{\rho} + \frac{c_s^2}{2} - \frac{p_w}{\rho} \quad (3.2)$$

kde:  $p_s$ ,  $c_s$  je absolutní tlak a rychlost kapaliny ve vstupním průřezu (sací hrdlo),  $p_w$  je absolutní tlak par kapaliny na mezi sytosti.

Kavitační deprese je významnou vnitřní kavitační charakteristikou pro konstrukci čerpadel a je měřena veličinou při tzv. strhávací zkoušce čerpadla (určení kritické hodnoty kavitační deprese  $\Delta y = \Delta y_{krit}$ ). Při bezkavitačním provozu čerpadla je nutné zaručit, aby v oblastech ohrožených kavitací (např. vstupní hrana lopatky poblíž krycího disku) měla kapalina tlak bezpečně vyšší než je tlak nasycených  $p_w$  při dané teplotě. K tomuto účelu, tj. aby nedocházelo v čerpadle ke kavitaci, stanovuje se tzv. dovolená kavitační deprese  $\Delta y_{dov}$ . Hodnota  $\Delta y_{dov}$  závisí na typu čerpadla, počtu stupňů, druhu kapaliny a provozních, nejčastěji je vyjádřena vztahem [1]:

$$\Delta y_{dov} \geq 1,15 \cdot \Delta y_{krit} \quad (3.3)$$

Dovolená kavitační deprese  $\Delta y_{dov}$  skutečně představuje navýšení (kritické) kavitační deprese o 15%, tudíž je zvýšena bezpečnost před vznikem kavitace oproti stavu na hranici kavitace. Hodnota kavitační deprese  $\Delta y = \Delta y_{dov}$  zajišťuje provoz čerpadla mimo oblast vyvinuté kavitace ovlivňující výkonové parametry. Stav, kdy dochází k počátkům kavitace na sací nebo tlačné straně lopatky oběžného kola, přísluší hodnota kavitační deprese počátku kavitace označovaná  $\Delta y_{poč}$  [1]. Možnost určení hodnota  $\Delta y_{poč}$  je zřejmá z obr. 3. 5.

Kavitační deprese  $\Delta y$  zohledňuje hydraulické ztráty mezi sacím hrdlem čerpadla a počátkem vlastního přenosu energie na kapalinu pracovním prvkem, kterým je u hydrodynamických čerpadel lopatka oběžného kola. Tudíž je hodnota  $\Delta y$  úměrná druhé mocnině rychlosti kapaliny, respektive pracovního prvku čerpadla-např. oběžného kola. Tato závislost na rychlostech se u hydrodynamických čerpadel vyruší dělením  $\Delta y$  měrnou energií čerpadla  $Y$ , která je dle ERČ-viz vztah (3. 1), taktéž závislá na druhé mocnině rychlosti (rychlosti oběžného kola). Takto lze získat zobecněnou (bezrozměrnou) kavitační charakteristiku, označovanou jako **Thomův kavitační součinitel  $\sigma$** , který je definovaný vztahem [8]:

$$\sigma = \frac{\Delta y}{Y} \quad (3.4)$$

Literaturou [11] je pro veličinu  $\Delta y$  doporučovaný termín *čistá sací měrná energie čerpadla*, dále v textu bude používán i tento termín, jehož význam je považován za zřejmý. Hodnotě kavitační deprese  $\Delta y$  v anglické literatuře odpovídá výraz *NPSH* (Net positive suction head). Parametr *NPSH* odpovídá kavitační depresi  $\Delta y$  pouze jinak vyjádřené (jako  $\Delta h$ ), a to v jednotkách odpovídajících výšce vodního sloupce-čili v metrech. Mezi oběma hodnotami je převodní konstantou gravitační zrychlení  $g$  [8]:

$$NPSH = \Delta h = \frac{\Delta y}{g} \quad (3.5)$$

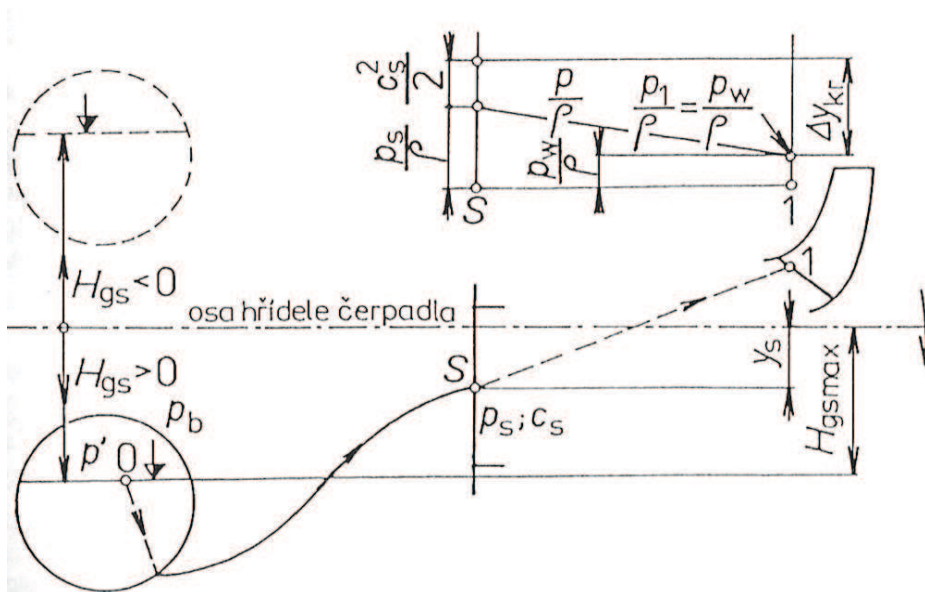
Pozn.: V anglické literatuře se dále rozlišují provozní stavy: požadovaný s indexem *R* (required) a poskytovaný-index *A* (available), zapsáno jako  $NPSH_R$  a  $NPSH_A$ .

### 3.5 Určení geodetické sací výšky

Přívod kapaliny k pracovnímu prvku čerpadla lze označit za energeticky pasivní, neboť pohyb kapaliny od volné hladiny sacím řádem až po vstup do činného prostoru čerpadla se děje na úkor potenciální energie kapaliny, tzn. bez energetické účasti prvku čerpadla. Tlaková energie na hladině v přívodní nádrži  $p_0/\rho$  je hnací složkou přítoku kapaliny k pracovnímu prvku čerpadla. [8]

Ve shodě se značením veličin na obr. 3. 7 lze psát energetickou bilanci kapaliny postupně od počátku sání (hladina kapaliny přívodní nádrži-bod 0) přes sací hrdlo čerpadla (bod *S*) k vstupní hraně oběžné lopatky (bod 1). Z Bernoliho rovnice mezi body 0 – *S* vyplývá:

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} + g \cdot h_0 = \frac{p_S}{\rho} + \frac{c_S^2}{2} + g \cdot h_S + Y_{z\ 0 \rightarrow S} \quad (3.6)$$



Obr. 3. 7 Schéma energetických poměrů v sání čerpadla [8]

úpravou vztahu (3.6) s využitím následujících předpokladů:

$$\left[ \begin{array}{l} p_0 = p' \dots \text{pouze formální přeznačení (ve shodě s označením na obr. 3. 7)} \\ c_0 = 0 \dots \infty \text{ rozlehlá nádrž;} \\ h_0 = 0, h_s = H_{gs} - y_s \dots \text{vztažná hladina nulové potenciální měrné energie} \\ \text{je totožná s hladinou kapaliny v sací nádrži} \end{array} \right.$$

dostáváme:

$$\frac{p'}{\rho} = \frac{p_s}{\rho} + \frac{c_s^2}{2} + g \cdot (H_{gs} - y_s) + Y_{z0 \rightarrow s} \quad (3.7)$$

kde:  $p' = p_b \pm p'_m$  je absolutní tlak na hladině kapaliny v sací nádrži (manometrický tlak  $+p'_m$  je vzhledem k barometrickému tlaku  $p_b$  jako přetlak  $p' > p_b$ , nebo  $-p'_m$  jako podtlak  $p' < p_b$ );  $p_s$  a  $c_s$  je absolutní tlak a rychlost v bodě S;  $H_{gs}$  je geodetická sací výška čerpadla;  $y_s$  je poloha sacího hrdla čerpadla vzhledem k ose čerpadla;  $Y_{z0 \rightarrow s}$  je ztrátová měrná energie mezi body 0 až S. [8]

Energetické poměry mezi body S – 1 se vyjadřují pomocí účelově definované hodnoty měrné energie, označované normou (ČSN 11 0001) jako kavitační deprese  $\Delta y$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ], viz kapitola 3.4. Připomeňme definici kavitační deprese, která je dána vztahem (3.2):

$$\Delta y_{krit} = \frac{p_s}{\rho} + \frac{c_s^2}{2} - \frac{p_w}{\rho}$$

kde:  $p_w$  je absolutní tlak par na mezi sytosti, (zde uvažujeme  $p_w = p_1$ , viz obr. 3. 7)

Pozn.: Při odvození geodetické sací výšky uvažujeme nejméně příznivý stav, tj. že jsme na hranici kavitace a proto uvažujeme kritickou hodnotu kavitační deprese, platí:  $\Delta y = \Delta y_{krit}$  (minimální „nulová“ rezerva měrné energie). Bližší seznámení s  $\Delta y_{krit}$  a možností její stanovení je uvedeno v kapitole 3.6.2..

Sloučíme-li vnější energetické vlivy v sacím řádu popsané vztahem dle (3.7) s vnitřními energetickými vlivy vtoku čerpadla definovaných dle (3.2), získáváme obecnější bilanci energie kapaliny v přívodní části čerpadla:

$$\frac{p'}{\rho} = \Delta y_{krit} - \frac{p_w}{\rho} + g \cdot (H_{gs} - y_s) + Y_{z\ 0 \rightarrow S} \quad (3.8)$$

Ze vztahu (3.8) lze  $H_{gs}$  vyjádřit jako:

$$H_{gs} = \frac{1}{g} \left( \frac{p'}{\rho} - \frac{p_w}{\rho} - \Delta y_{krit} - g \cdot y_s - Y_{z\ 0 \rightarrow S} \right) \quad (3.9)$$

Hodnota geodetické sací výšky  $H_{gs}$  je určující pro usazení čerpadla vůči úrovni hladiny kapaliny v sací nádrži. Při pohledu na vztah (3.9) je zřejmé, jak extrémně důležitá je hodnota tlaku  $p'$  (tj. absolutního tlaku nad hladinou kapaliny v sací nádrži). Jelikož je člen  $p'/\rho$  jediným členem pravé strany rovnice s kladným znaménkem, lze vyšších hodnot geodetické sací výšky  $H_{gs}$  dosáhnout právě nejvíce zvýšením hodnoty tohoto členu a dále také minimalizací ostatních členů pravé strany rovnice (tj. těch zbývajících se záporným znaménkem) [8]. Podle velikostí jednotlivých členů vychází geodetická sací výška v rozsahu  $-H_{gs} < 0 < +H_{gs}$ .

Proveďme nyní kvalitativní rozvalu uvedených členů (veličin) rovnice, respektive možnosti jak ovlivnit velikost jejich hodnoty ve smyslu dosažení maximální (kladné) geodetické sací výšky [8]:

$p'$ -snaha o co nejvyšší hodnotu, což odpovídá případu přetlakové sací nádrže ( $p_0 > p_b$ ).

Mnohem častěji však bývá sací nádrž otevřená do atmosféry ( $p_0 = p_b$ ) a je nutné uvažovat místní atmosférický tlak (tj. nadmořskou výšku sací nádrže). V případě podtlakové sací nádrže ( $p_0 < p_b$ ) může být hodnota  $H_{gs} < 0$  (tzn. nátok). Případy, kdy  $p_0 \rightarrow p_w$ , všeobecně vyžadují, aby hladina ve spodní nádrži byla výše, než je osa čerpadla, jedná se o tzv. nátok. Limitním případem jsou podtlakové nádrže s tlakem nasycených par ( $p_0 = p_w$ ) jako např. kondenzátory parních turbín, nádrže tekutých plynů apod.

$p_w$ -pokud možno co nejnižší hodnota, odpovídající nízké teplotě netěkavé kapaliny.

V praxi zpravidla nelze hodnotu  $p_w$  jednoduše ovlivnit, neboť druh kapaliny i její teplota je dána ostatními požadavky procesu, pracovním stavem média.

$\Delta y_{krit}$ -co nejnižší hodnota, které lze dosáhnout symetrickým a rovnoměrným prouděním v bohatě dimenzovaných průřezích vtokové části čerpadla, popřípadě pomocným podávacím stupněm (inducerem).

$y_s$ -poloha sacího hrdla čerpadla vzhledem k ose čerpadla nemá žádný vliv na určení  $H_{gs}$ , neboť dle vztahu (3.9) změna  $y_s$  vyvolá změny veličin  $\Delta y_{krit}$  a  $Y_{z\ 0 \rightarrow S}$  stejné velikosti (jejich součtu), ale opačného znaménka.

$Y_{z\ 0 \rightarrow S}$ -co nejnižší hodnota, tj. sací potrubí minimální délky dostatečného průřezu (nižší rychlost→menší délkové ztráty) s minimem místních odporů (ohyby, rozvětvení, armatur).

## 3.6 Vliv kavitace na provoz HD čerpadel

### 3.6.1 Účinky kavitace na provozní parametry

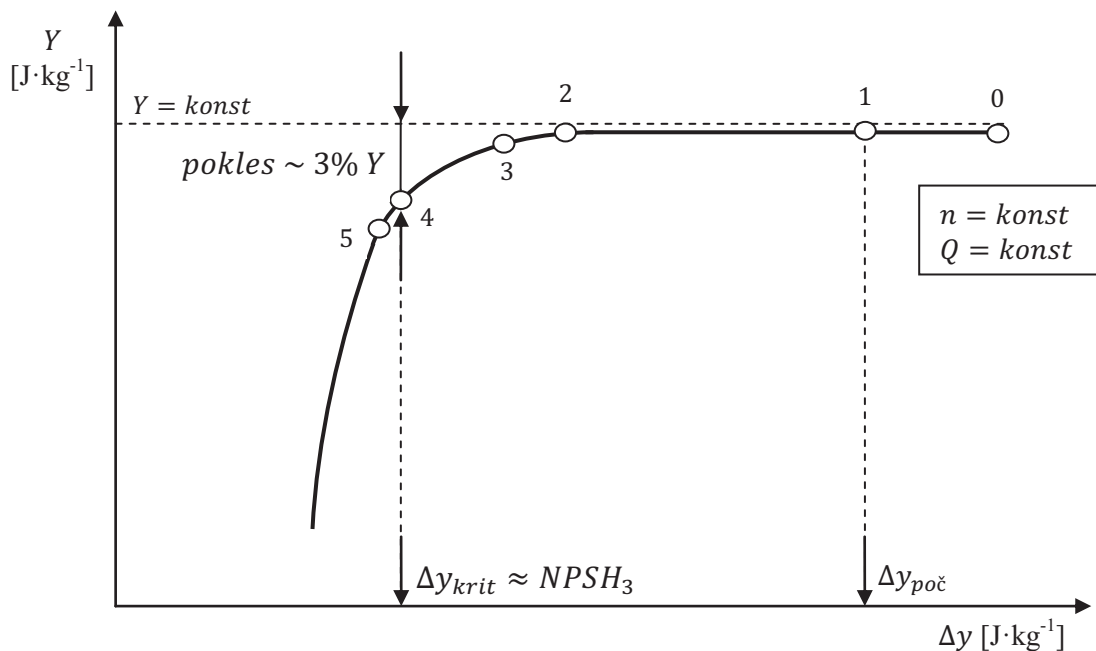
Jedním z vnějších a zároveň nejdůležitějších projevů kavitace je ovlivnění provozních parametrů čerpadla ( $Q, Y, \eta$ ). Právě na základě změn provozních parametrů se nejčastěji posuzují kavitační vlastnosti čerpadel. Souhrn poznatků o vzniku a vývoji kavitace v daném čerpadle nazýváme kavitační vlastnosti (sací schopnost čerpadla), které jsou vyjádřeny kavitačními charakteristikami. Jedná se o křivky počátku kavitace  $Q - \Delta y_{poč}$  a kavitační křivku  $Q - \Delta y_{krit}$  viz obr. 3. 5, a tzv. strhávací křivky  $\Delta y - Y$  (popř.  $\Delta y - \eta$ ), které budou uvedeny dále. Kavitační charakteristiky lze určit výpočtem, dle vztahů dostupných v literatuře-např. [1], nebo experimentálně, kavitačními zkouškami.

Podrobný popis kavitačních zkoušek, kavitačních zkušebních zařízení a okruhů, apod. lze rovněž nalézt v celé řadě literatury-např. [1, 2]. Vzhledem k rozsahu a hlavním cílům práce je výklad této problematiky omezen na minimum, avšak dostatečně k názornému pochopení významu ochrany čerpadel před kavitací.

### 3.6.2 Stržení charakteristiky $\Delta y - Y$

Při tzv. *úplné kavitační zkoušce čerpadla* se podrobně určuje chování čerpadla při postupném snižování čisté sací měrné energie  $\Delta y$  (kavitační deprese), přičemž se udržuje konstantní průtok  $Q$  a otáčky  $n$ . Cílem je získání hodnot měrné energie  $Y$ , popř. účinnosti  $\eta$ . Výsledkem této zkoušky je tzv. *strhávací křivka* čerpadla  $\Delta y - Y$  [1], příklad je uveden na obr. 3. 8.

Při určení křivek počátku kavitace  $Q - \Delta y_{poč}$  se určuje počátek kavitace při různých hodnotách  $\Delta y_{poč}$  a jim odpovídajících průtocích  $Q$ , na sací a tlačné straně lopatky, a na jednotlivých proudových plochách oběžného kola. Vizualně-pozorováním se určuje okamžik objevu první viditelné kavitační bubliny. [1]



Obr. 3. 8 Strhávací křivka čerpadla  $\Delta y - Y$  [1]



Hodnota kritické kavitační deprese  $\Delta y_{krit}$  se určuje z tzv. strhávací křivky  $\Delta y - Y$ , získané úplnou kavitační zkouškou, viz obr. 3. 8. Body vyznačené na strhávací křivce charakterizují jednotlivé oblasti vývoje kavitace. Intenzita kavitace postupně narůstá od počátečního stavu bez výskytu kavitace (bod 0), k bodu tvorby prvních kavitačních bublin (počátek kavitace-bod 1), dále následuje oblast částečné kavitace při  $Y \approx konst$  (mezi body 1 – 2). Vyvinutá kavitace (bod 3) je provázena prvním poklesem měrné energie, kritická kavitace odpovídá poklesu  $\sim 3\%$   $Y$  měrné energie (bod 4), následuje prudký pokles (bod 5), za kterým následuje tzv. úplné stržení charakteristiky (tj. pokles až na  $Y = 0$ ).

V oblasti úplného stržení přestává oběžné kolo předávat energii kapalině, za ok je nízká hodnota statického tlaku a dochází k vyvinuté kavitaci i v rozváděcím zařízení, u vícestupňových čerpadel v dalších stupních, respektive i dále ve výstupní části čerpadla. [1]

Pozn.: Pokles měrné energie čerpadla  $Y$  [ $J \cdot kg^{-1}$ ] lze ekvivalentně vyjádřit i jako pokles dopravní výšky čerpadla  $H$  [m] (pouze jiné označení svislé osy na obr. 3. 8). Existuje např. i možnost vynesení strhávací křivky v závislosti na bezrozměrných jednotkách (na svislé ose je vyneseno poměří veličin  $Y/Y_{opt}$  a na vodorovné ose  $\sigma$  Thomův kavitační součinitel)

Bližší pohled na příčiny poklesu výkonových parametrů (měrné energie) a jednotlivé režimy kavitace v mezilopatkovém prostoru ok čerpadla (vyvinutá, kritická kavitace) i s jejími důsledky přináší následující odstavec.

Při snížení  $\Delta y$  pod hodnotu  $\Delta y_{poč}$ , např. vlivem snížení hodnoty statického tlaku na sání čerpadla, rozšiřuje se oblast kavitačního tlaku z původního jednoho bodu na lopatce ok na určitou oblast podél plochy lopatky a také i ve směru její normály do prostoru mezilopatkového kanálu. Takto vytvořená kavitační oblast, vyplněná paroplynovými bublinami a kapalinou (dvoufázové proudění), již ovlivňuje proudové pole v mezilopatkovém kanálu. Tento stav se označuje jako *vyvinutá kavitace*. Jakmile dosáhne kavitační oblast u sací nebo tlačné strany jisté velikosti, ovlivněny jsou proudové poměry i na výstupu z ok, což se projeví poklesem parametrů  $Q, Y, \eta$ . Zmíněnému poklesu může předcházet i mírný nárůst výkonových parametrů, způsobený nižším třením kapaliny o lopatku v kavitační oblasti. Následný, již trvalý pokles parametrů je zapříčiněn tím, že kavitační oblast nevhodně mění tvar obtékaného profilu lopatky, vytváří „překážku“ proudění. Stav, při kterém dochází k určité dohodnuté změně<sup>1</sup> (poklesu) výkonových parametrů, se nazývá *kritická kavitace*, které přísluší kritická hodnota čisté sací měrné energie-kavitační deprese  $\Delta y_{krit}$ . [1]

Podle ČSN 11 0033 je  $\Delta y_{krit}$  definována jako hodnota  $\Delta y$ , která způsobí pokles nejméně  $(3 + x)\%$  měrné energie  $Y$  nebo účinnosti  $\eta$  čerpadla při daném průtoku  $Q = konst$ , popřípadě průtoku  $Q$  nebo účinnosti  $\eta$  při dané měrné energii čerpadla  $Y = konst$ . Výše uvedené parametry se vztahují na jeden stupeň čerpadla, zatímco u veličiny  $x$  figurující ve vztahu pro určení  $\Delta y$  dle výše uvedené normy:

$$x = \frac{\pi n Q^{1/2}}{60 Y^{3/4}} \quad (3.10)$$

je  $Y$  celková měrná energie čerpadla (nikoliv pouze jednoho stupně).[1]

<sup>1</sup> různé normy a odborné publikace uvádí rozličné hodnoty velikosti poklesu výkonových parametrů, nejčastěji je uváděn pokles měrné energie o  $2 \div 3 \%$

### 3.6.3 Průvodní jevy kavitace v čerpadle

Mimo změn (poklesu) provozních parametrů ( $Q, Y, \eta$ ) se kavitace v čerpadle projevuje dalšími, vedlejšími, ale na činnost čerpacího systému rovněž důležitými jevy [1]:

- zvýšení intenzity tlakových pulzací v hydraulickém prostoru čerpadla (tj. i dále v celém potrubním řádu);
- vibrace stroje a charakteristický hluk;
- kavitační opotřebení (pitting) částí čerpadla.

Některé z průvodních jevů, spolu s příčinami jejich vzniku, lze využít k identifikaci kavitace v čerpadle, eventuálně k určení její intenzity (např. z úbytku materiálu apod.). Touto problematikou se zabývá diagnostika kavitace, uvedená např. v literatuře [12]. Ke každému z doprovodných účinků kavitace v čerpadle uveďme jejich krátkou charakteristiku.

#### 3.6.3.1 Tlakové pulzace

Hlavním zdrojem pulzací v hydrodynamickém čerpadle je nestacionární proudění. To vzniká např. v rozváděcím zařízení vlivem nerovnoměrného rozložení relativních rychlostí v lopatkovém kanálu oběžného kola (vyšší rychlosti u sací a nižší u tlačné strany lopatky). Navíc, je-li již v prostoru vstupní části čerpadla nerovnoměrné rychlostní pole, vzniká rozdílné proudění nyní i v jednotlivých lopatkových kanálech. Spektrální analýza časového průběhu statického tlaku vykazuje některé charakteristické frekvence (otáčková frekvence  $f_o = n/60$  a lopatková frekvence  $f_L = n \cdot z/60$ ; kde  $z$  je počet lopatek ok). Tyto základní tlakové pulzace, dosahující menších či větších amplitud, se vyskytují takřka ve všech částech čerpadla, a to při všech provozních stavech. [1]

Přídavným zdrojem tlakových pulzací, nikoli však zanedbatelným, je kavitace. Tyto pulzace jsou ovlivněny dynamikou samotného kavitačního jevu, tj. vznikem, růstem, kmitáním a zánikem kavitačních bublin, viz kapitola 2. Výsledná hodnota tlakových pulzací je následně určena superpozicí popsanych jevů při provozu čerpadla v režimu s výskytem kavitace a „běžných“ tlakových pulzací typických pro provoz bezkavitační. Tlakové pulzace jsou následně podnětem k nárůstu vibrací, které se v okolním prostředí projevují hlukem. [1]

#### 3.6.3.2 Vibrace a hluk

Intenzita vibrací částí čerpadla a intenzita hluku spolu navzájem úzce souvisí. Oproti provozu v režimu bez kavitace, kdy je slyšitelný pouze šum zapříčiněný prouděním kapaliny a třením hřídele v ložiskách a ucpávkách, ozývá se při provozu v režimu s výskytem kavitace charakteristický třaskavý kovový zvuk. Ten je vyvolán tlakovými rázy při zániku kavitačních bublin na obtékaných stěnách. Kavitační hluk od vzniku kavitace vzrůstá a to až do blízkosti plně vyvinuté kavitace a následně prudce klesá. Hladina kavitačního hluku na stupni vyvinuté kavitace dosahuje až 90 dB. Vibrace při vyvinuté kavitaci mohou dosáhnout značných amplitud, které již ohrožují bezpečnost vlastního provozu čerpadla. Zvláště nebezpečnou situací je dosažení shody frekvence vibrací s vlastní frekvencí součásti, čili rezonance.

### 3.6.3.3 Kavitační opotřebení

Kavitační opotřebení (eroze) částí čerpadla-viz obr. 3. 1, je charakterizováno oddělováním částic materiálu z jejich povrchu v oblasti zanikání kavitačních bublin v kapalině. Zmíněný pojem zahrnuje veškeré změny, vyvolané působením kavitace na napadeném povrchu. Jedná se o změny tvaru, struktury a složení povrchové vrstvy materiálu, a obzvláště o změny objemové, způsobené kavitací oddělených částic. Povrch materiálu se v závislosti na časovém působení nejdříve zdrsňuje, posléze se začínají tvořit ostře ohraničené jamky, přičemž uvolněný materiál je odplavován proudem kapaliny. Samotný proces narušení povrchu materiálu může být velmi rychlý, jestliže se tohoto procesu zúčastňuje současně velké množství kavitačních bublin. Typickým příkladem následků kavitační eroze u odstředivých čerpadel je výrazné narušení povrchu lopatky v oblasti náběžné hrany a za ní. Úbytek materiálu může být natolik markantní, že po určité době provozu v kavitačně nepříznivých režimech vstupní část lopatky chybí, respektive hrozí její odlomení. Výskyt kavitace u čerpadel je tedy vzhledem k jejím účinkům nežádoucí [1]. Rychlost kavitačního poškození kovů přitom může být až  $5\,000 \div 100\,000$  -krát větší než rychlost korozního porušování v kapalině bez výskytu kavitace. [6]

Účinky kavitace na materiál obtékaného povrchu je určen poměrně složitým komplexem vlivů mechanických, chemických, tepelných, elektrochemických, termoelektrických a piezoelektrických, atd. V této práci se omezíme pouze na stručnou charakteristiku nejdůležitějších z nich [1, 2]. Kavitační opotřebení vzniká v důsledku účinků:

- **mechanické účinky**, tj. základní účinky kavitačního působení. Jsou vyvolány hydraulickými rázy při zániku kavitačních bublin na povrchu smáčené stěny případně v její blízkosti a při pulzujících změnách tvaru kavitační oblasti (kaverny) na obtékaném povrchu-např. lopatky. V materiálu vznikají pružné i trvalé deformace, vnitřní napětí a projevuje se únava materiálu. [1, 8]
- **chemické účinky**, jsou stanoveny zčásti kavitací vyvolanou chemickou interakcí materiálu smáčeného povrchu a kapaliny, zčásti působením chemicky aktivního obsahu implodující kavitační bubliny, ve které relativní obsah kyslíku vyloučeného z vody odpovídá obsahu kyslíku pohlceného a je dvakrát větší než jeho obsah v atmosféře. Ve srovnání s ostatními účinky působícími při kavitaci jsou však tyto méně významné. [1]
- **elektrochemické, termoelektrické, piezoelektrické**, jsou vyvolány v implozní oblasti následkem tvorby elektrických mikročlánků. Ty vznikají mezi místy o různém elektrickém potenciálu vyvolaném různým chemickým složením strukturálních složek materiálu; různým mechanickým napětím, teplotním gradientem sousedních částic a rázovou deformací krystalů a zrn. [1, 2]
- **tepelné účinky**, vznikají vlivem ohřevu povrchové vrstvy materiálu napadené plochy energií kavitačních rázů (deformační prací) a částečně i kontaktem se silně ohřátým plynným obsahem kavitační bubliny (kompresním teplem stlačovaného plynu). Tepelnou dilatací pak vzniká v materiálu pnutí a změna struktury materiálu. [1, 2]

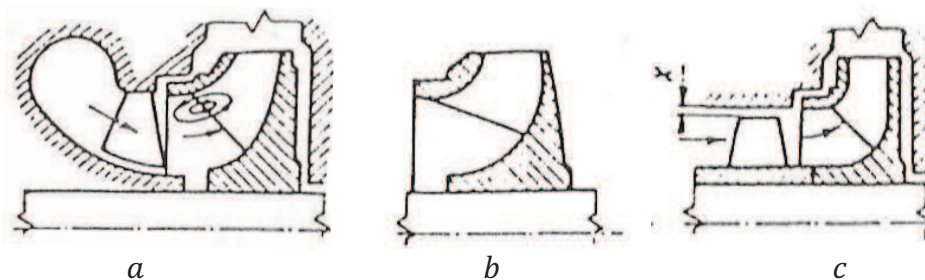
Podrobnější popis kavitačních účinků s ohledem na veškeré známá vnější i vnitřní vlivy lze nalézt v odborné literatuře věnované této problematice komplexněji.



### 3.7 Ochrana čerpadel před kavitací

Čerpadlo je tím odolnější proti vzniku kavitace, čím nižší je hodnota  $\Delta y_{krit}$ , respektive  $\sigma_{krit}$  (kritická hodnota Thomsonova kavitačního součinitele). Následně lze uvést určitý výčet opatření a předpokladů, které vedou ke snížení rizika výskytu kavitace a kavitačního opatření u hydrodynamických (odstředivých) čerpadel:

- provoz čerpadla pouze v režimech bezpečně bezkavitačních nebo v oblastech pouze s částečnou kavitací, které ovšem vykazují nižší účinnosti provozu.
- obecně snížení odporu proudění v sacím potrubí, tj. minimalizace místních odporů (armatury, potrubní kolena, vyřazení např. sacího koše, pokud je to možné, apod.) a délkových odporů (délka samotného sacího potrubí a jeho materiál).
- kavitační vlastnosti čerpadla lze příznivě ovlivnit i např. vpouštěním tlakového vzduchu nebo kapaliny do prostoru sání čerpadla. [8]
- snížení kavitačních parametrů lze dosáhnout vhodnou konstrukční úpravou [8]:
  - radiální žebra v sací části tělesa čerpadla-viz obr. 3. 9a, tlumí sekundární (zpětné) proudění v ok při  $Q < Q_i$ ;
  - rozšířením vstupu oběžného kola-viz obr. 3. 9b, se sníží rychlost kapaliny a zároveň i pokles tlaku na vstupu do oběžného kola, což obecně vede ke snížení hodnoty  $\Delta y_{krit}$ ;
  - protažením (zapuštěním) vstupní hrany oběžných lopatek do prostoru sání čerpadla lze dosáhnout stejného výsledku (snížení  $\Delta y_{krit}$ ), ovšem za cenu snížení účinnosti čerpadla;
  - značný vliv na rázové ztráty a tedy i kavitační vlastnosti má zaoblení vstupní hrany lopatek;
  - snížení počtu oběžných lopatek, tj. další možnost zvětšení průtočného průřezu na vstupu do oběžného kola pozitivně ovlivňuje kavitační vlastnosti (radiálních) čerpadel. Proto se někdy (u sudého počtu lopatek) ob jednu lopatku provádí zkrácení její délky posunutím vstupní hrany k výstupu z oběžného kola.
- zvýšení tlaku kapaliny na vstupu do oběžného kola pomocí předřazeného plnicího stupně-viz obr. 3. 9c. Popisu ochrany ok odstředivého čerpadla před kavitací pomocí předřazeného axiálního ok - induceru je věnována samostatná kapitola.

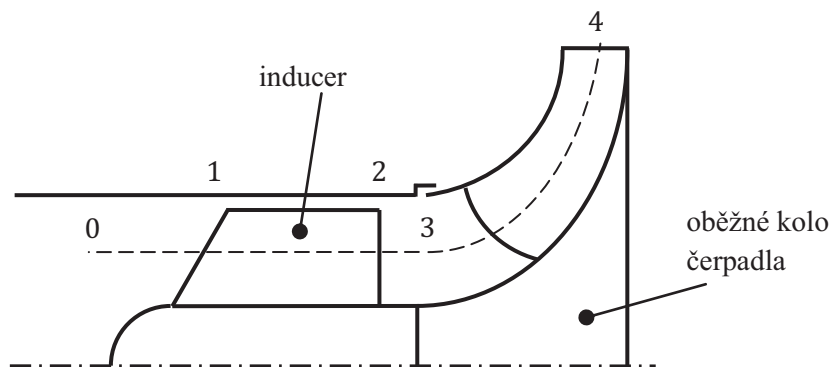


Obr. 3. 9 Způsoby zlepšení kavitačních vlastností odstředivých čerpadel [8]

a – radiální žebra v sací části tělesa čerpadla, b – oběžné kolo s rozšířeným vstupem, c – plnicí stupeň (inducer) předřazený oběžnému kolu čerpadla

## 4 INDUCER

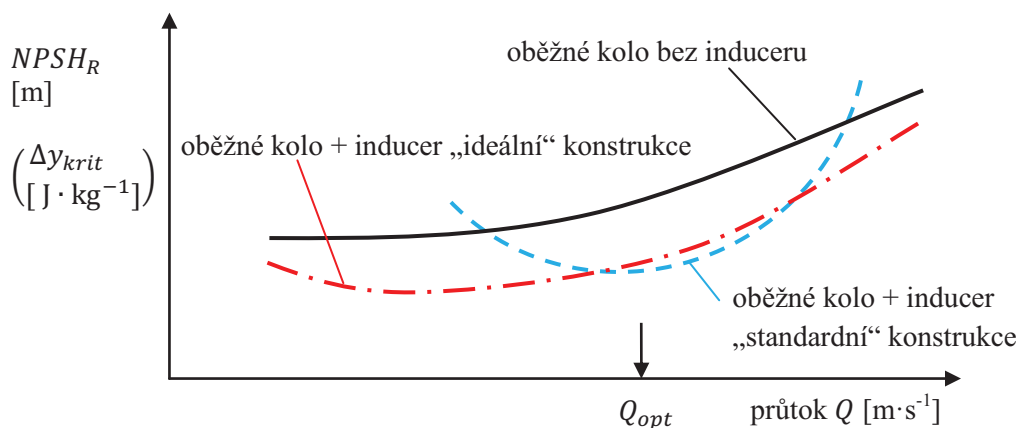
K zvýšení tlaku kapaliny na vstupu do oběžného kola odstředivého čerpadla se používá tzv. plnicího stupně (booster). Je-li plnicí stupeň integrován s oběžným kolem čerpadla, např. umístěním plnicího kola a hlavního oběžného kola čerpadla na společné hnané hřídeli, nazývá se inducer, viz obr. 4. 1 [8]. Jak je z obrázku níže patrné, inducer je tedy umístěn před vstupem do odstředivého oběžného kola čerpadla (u vícestupňových čerpadel před 1. stupněm).



Obr. 4. 1 Meridiální řez oběžného kola odstředivého čerpadla s inducerem

### 4.1 Význam induceru

Hlavním úkolem induceru je zamezení nebo alespoň omezení vzniku kavitace na lopatkách vlastního oběžného kola čerpadla. To je dosaženo prostřednictvím mírného zvýšení tlaku na sání oběžného kola čerpadla, viz obr. 3. 2. Vliv předřazeného oběžného kola, čili induceru na parametr  $NPSH_R$ , je uveden na obr. 4. 2. Na tomto obrázku je názorně vidět, že použitím induceru před oběžným kolem lze dosáhnout snížení parametru  $NPSH_R$ , tj. zvýšení kavitací odolnosti čerpadla.



Obr. 4. 2 Vliv induceru na parametr  $NPSH_R$  ( $\Delta y_{krit}$ ) [13, 14]

V literatuře jsou uváděny různé průběhy závislosti  $NPSH_R - Q$  pro případy použití oběžného kola s inducerem. Jak uvádí zdroje [13, 14], inducery dřívějších návrhů-tzv. „standardní“ inducery vykazují pokles veličiny  $NPSH_R$ , oproti původnímu průběhu (bez induceru) pouze v omezeném pásmu okolo optima čerpadla (modrá křivka na obr. 4. 2). Inducery tohoto typu tedy nejsou vhodné pro větší regulace průtoku. Jinými slovy, při

použití těchto inducerů v oblasti nízkých a vysokých průtoků může např. k plně vyvinuté kavitaci docházet dříve než v případě čerpadla bez induceru. Z výše uvedeného logicky vyplývá, že snahou při současném navrhování inducerů je nalezení takového tvaru lopatek a celkové dispozice konstrukce, která by mimo jiné přinesla pokles veličiny  $NPSH_R$  v širším (ideálně v celém) rozsahu průtoků (červená křivka na obr. 4. 2).

Při uvažování nižší hodnoty kavitační deprese  $\Delta y_{krit}$  (získané přepočtem z parametru  $NPSH_R$  -viz kapitola 3.4) a její dosazení do vztahu (3.9) pro určení geodetické sací výšky čerpadla lze konstatovat následující: použitím induceru jakožto předřazeného kola před „hlavním“ kolem odstředivého čerpadla lze dosahovat větší sací výšky čerpadla.

## 4.2 Kavítace v induceru

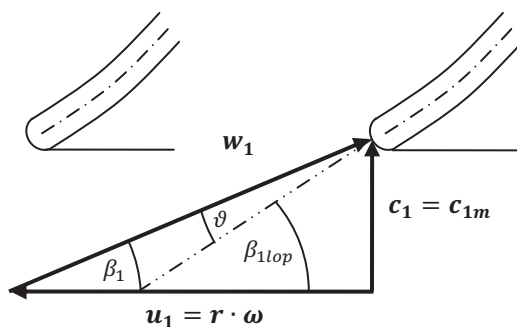
I samotný inducer je podroben zkoumání kavitační odolnosti, ať už z hlediska jeho životnosti (úbytek materiálu), ale zejména pak existence kavitační bubliny v prostoru za inducerem, tj. v prostoru sání oběžného kola, kde je výskyt bublin zcela nežádoucí. Přesněji řečeno: inducer musí zabezpečovat na výstupu takové tlakové pole, které je příznivé pro práci čerpadla bez kavitačního stržení. Důležitá je i dobrá průtočnost induceru, tzn. aby nátok před oběžným kolem byl dostatečný.

Při kavitačním provozu čerpadla vybaveného inducerem, dochází k vyvinuté kavitaci v prostoru meziploškových kanálů induceru a vlastní oběžné kolo je tak chráněno. Připomeňme, že kavitační odolností čerpadla se všeobecně rozumí možnost práce čerpadla bez významných poklesů měrné energie i při nízkých tlacích na vstupu (sání), při kterých by v průtočných částech čerpadla bez induceru byla kavítace jinak naprosto nevyhnutelná. [1]

## 4.3 Zásady návrhu induceru

Inducer je zpravidla řešen jako otevřené axiální válcové nebo kuželové oběžné kolo. Při návrhu tvaru lopatek lze vycházet hned z několika přístupů. Základním požadavkem návrhu lopatkování induceru je zmiňované dosažení vyšší sací schopnosti čerpadla při vysokých výkonových parametrech čerpadla. Ačkoli je podíl induceru na celkové dopravní výšce čerpadla relativně nízký, měl by dosahovat pokud možno co nejvyšší hydraulické účinnosti, viz kap 6.3. V případě návrhu induceru pro již zkonstruované čerpadlo může být tvar induceru, zejména jeho délka  $L$  (a tím i hloubka lopatkové mříže) omezena konstrukčním řešením (tvarem) samotné vstupní části čerpadla. Takřka všeobecným požadavkem je dále nízká hmotnost a nízká náročnost technologie výroby.

Literatura [1] uvádí určité typické hodnoty parametrů pro návrh geometrie lopatky induceru ve tvaru šroubové plochy, konstantního nebo i proměnného stoupání (vysvětleno později). Vstupní úhel lopatky  $\beta_{1top}$  -viz obr. 4. 3, se často volí v rozsahu  $15^\circ \div 30^\circ$ . Dle velikosti průměru induceru ( $D_{per}$ ) bývá počet lopatek  $z$  v rozmezí  $2 \div 4$ . V závislosti na počtu lopatek je určen úhel opásání  $\varphi$ , který dosahuje hodnoty až  $270^\circ$ .



Obr. 4. 3 Natékání vstupní hrany lopatky [15]

Existují zjevné problémy vyplývající z komplikovaných proudových polí v prostoru mezi inducerem a oběžným kolem, způsobené zejména značně odlišným počtem lopat induceru a oběžného kola, osovou vzdáleností (délka mezery mezi inducerem a oběžným kolem), úpravou-zaoblením vstupní hrany lopatky a sražením odtokové hrany oběžného kola (induceru), apod. Nejlepšího možného návrhu induceru je možné dosáhnout pouze metodou společného řešení hydrauliky (proudění) ve vazbě inducer+oběžné kolo čerpadla-viz kapitole 6. 3. Jinými slovy, jestliže jsou vstupní úhly lopatek hlavního oběžného kola čerpadla navrženy s ohledem na očekávaný směr proudění v prostoru mezi inducerem a hlavním oběžným kolem, lze dosahovat maximálním možných výkonových parametrů (měrné energie) v kombinaci s vysokou kavitační odolností. [16]

Nyní uveďme jednotlivé známé přístupy k návrhu tvaru lopatek induceru. Pořadí uvedených návrhových metod, definujících základní geometrii, určitým způsobem odpovídá i historickému vývoji inducerů. U jednotlivých přístupů budou diskutovány jejich výhody/nevýhody a rozdíly oproti ostatním. Neopomeňme zdůraznit, že finální řešení konstrukce musí představovat vždy určitý kompromis mezi ideálním tvarem lopatek z hlediska proudění (hydraulický návrh), pevnostní dimenzací i s uvažováním dynamického chování při skutečném provozu stroje a zvláště neopomenutelné je zohlednění požadavků technologie výroby.

## 4.4 Konvenční přístupy k návrhu induceru

### 4.4.1 Inducer-šroubová plocha konstantního stoupání ( $S=\text{konst}$ )

Existuje určitý tzv. tradiční-konvenční přístup řešení, při kterém je lopatka tvořena pomocí šroubové plochy s konstantním stoupáním, čili tvar lopatky je na jednotlivých válcových plochách definován prostřednictvím Archimédovy spirály. Dále v textu je návrh lopatek induceru, využívající šroubovou plochu konstantního stoupání, označován: návrh **S=konst**. Obecně lze za konvenční přístup považovat takové řešení lopatkování induceru, kdy i v návrhovém bodě dochází na vstupní hraně lopatky k rázu.

V oběžném kole induceru tvoří proudnice plochy, které obvykle odpovídají válcovým plochám souosým s osou rotace. 3D proudění je potom možné řešit zjednodušeně jako 2D proudění, a to na zmíněných válcových plochách. Rozvinutím válcového řezu inducerem získáme mříž „plátů“ s úhlem nastavení měnícím se podél poloměru válce. V případě induceru s konstantním stoupáním šroubové plochy (podél osy rotace) se jedná o přímé pláty, desky (střední čára profilu lopatky se zobrazí jako přímka), viz obr. 4. 4.

Velice významnou veličinou určující charakter proudění je úhel náběhu  $\vartheta$  (zmiňovaný již v kapitole 3.2) znázorněný na obr. 4. 3. Úhel lopatky  $\beta_{1lop}$  je definovaný geometrií lopatky. Obvykle se určuje pomocí tečny ke střednici lopatky v místě náběžné hrany. V případě zobrazení střednice lopatky jakožto přímky v rozvinutém válcovém řezu (šroubová plocha konstantního stoupání), lze úhel lopatky  $\beta_{1lop}$  vyjádřit vztahem:

$$tg\beta_{1lop} = \frac{S}{2\pi r} \quad (4.1)$$

kde:  $S$  je stoupání šroubové plochy,  $r$  označuje poloměr válcové plochy.

Ze vztahu (4.1) vyplývá, že pro inducer dle návrhu  $S = konst$  podél poloměru platí:

$$r \cdot tg\beta_{1lop} = konst \quad (4.2)$$

Obr. 4. 3 je zakreslen pro případ ideální nátoky kapaliny bez předrotace (tj.  $c_{1u} = 0$ ) a pro úhel náběhu  $\vartheta$  lze v tomto případě uvést vztah:

$$\vartheta = \beta_{1lop} - \beta_1 \quad (4.3)$$

kde:  $\beta_1$  je úhel proudu a je možné ho určit z rychlostního trojúhelníku-viz obr. 4. 3, na zvolené proudové ploše (obvykle koaxiální s osou rotace na zvoleném poloměru) a to následovně:

$$tg\beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1} = \frac{c_{1m}}{\omega \cdot r} \quad (4.5)$$

Pozn.: Výpočet návrhových parametrů (měrná energie, rychlosti a vstupní (výstupní) úhly) se při návrhu  $S = konst$  provádí nejčastěji na tzv. výpočtovém poloměru, který, jak bylo potvrzeno experimentálními výsledky [15], odpovídá přibližně středně-kvadratickému průměru induceru:

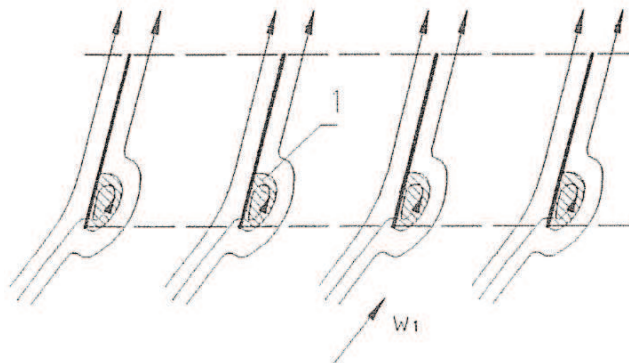
$$r_{výp} = \sqrt{\frac{r_{per}^2 - r_{náb}^2}{2}} \quad (4.6)$$

kde:  $r_{per}$  značí poloměr perimetru (maximální poloměr) induceru,  $r_{náb}$  označuje poloměr náboje induceru.

Detailně se problematice návrhu induceru s konstantním stoupáním věnuje literatura [15], na základě které lze vyvodit následující závěr: Má-li pohybující se mříž rovinných desek (rozvinutý válcový řez) předávat tekutině, která ji obtéká, měrnou energii, musí se tak dít za existence kladného úhlu náběhu  $\vartheta$  na vstupní hraně. V literatuře [17] je doporučováno volit úhel náběhu v rozmezí  $\vartheta = 5^\circ \div 11^\circ$ . V souladu s Eulerovou matematickou kvantifikací přenosu energie (EČR-viz kapitola 3.3), je pro přenos energie nutná existence změny směru relativní rychlosti na vstupu a výstupu z mříže profilů. Jinak řečeno je nutný ohyb proudu tekutiny v mříži. Lze snadno odvodit, že v případě mříže přímých (neprohnutých) profilů, kdyby kapalina při průtoku od vstupu po výstup mříže sledovala přesně geometrii tenkých lopatek (úhel náběhu  $\vartheta = 0^\circ$ ), nemůže nastat ohyb proudu. [15]



Požadovaného ohybu proudu je tedy dosaženo vlivem nátoky kapaliny na vstupní hranu lopatky s rázem (při  $\vartheta \neq 0^\circ$ ). Při kladném úhlu náběhu  $\vartheta$ , s uvažováním turbulentního proudění viskózní kapaliny, dochází k odtržení mezní vrstvy na sací straně profilu za vstupní hranou lopatky, viz obr. 4. 4. Při obtékání znázorněné mříže desek, kdy tekutina vstupuje pod úhlem náběhu  $\vartheta$ , se proud ohýbá do směru nastavení desek. Tímto se proudnice ve vstupní části mezilopátkového prostoru jeví již jako zakřivené. Napříč mezilopátkovým kanálem ve směru od sací strany profilu k tlakové tak dochází k nárůstu tlaku. Uvedené zakřivení proudu nastává obvykle pouze v počátečním úseku, zatímco dále se směr kapaliny začíná shodovat se směrem rovinného profilu. [15]



Obr. 4. 4 Schéma obtékání mříže desek s místním odtržením mezní vrstvy [15]  
(pozice 1-zóna místního odtržení)

Zóna odtržení mezní vrstvy za vstupní hranou je místem minima statického tlaku a tedy i místem, kde se mohou poprvé objevit kavitační jevy. Možný vznik kavitace, charakter kavitace chování s účinky na teoretickou hodnotu měrné energie získanou inducerem je výrazně ovlivněn hustotou mříže. Odvození optimální hustoty mříže desek lze nalézt rovněž v literatuře. [15]

Závěrem z výše uvedeného je, že v mezilopátkových kanálech rovinné mříže tenkých desek odpovídající induceru s konstantním stoupáním  $S=\text{konst}$ , vzniká ohyb jako důsledek odtržení mezní vrstvy za vstupní hranou. Tedy, charakter obtékání vstupní části lopatky má rozhodující vliv na velikost silových účinků mezi povrchovou plochou lopatky a protékající kapalinou. [15]

#### 4.4.1.1 Výhody a nevýhody přístupu $S=\text{konst}$

Jedná se o vůbec nejjednodušší přístup k řešení návrhu lopatky induceru, neboť lopatka induceru tohoto typu se vyznačuje tzv. „rozvinutelností“. Lopatky definované geometrií plochy konstantního stoupání s uvažováním jejich konstantní tloušťky jsou charakteristické svými v podstatě nejnižšími nároky na technologii výroby. Lopatky jsou zpracovány opakovaným ohýbáním polotovaru (vystřiženého z rovinné tabule plechu) na kuželu či válci. V případě nezbytnosti je ohýbání doplněno objemovým tvářením (pěchování, tažení). K náboji jsou lopatky připevněny svařem a třískové opracování se pak omezí pouze na úpravu vstupní a výstupní hrany a okolí svarů. [15]

Nicméně, konvenční přístup řešení, jakým je např. návrh lopatek induceru ve tvaru šroubové plochy, sebou nese určité nevýhody a rizika při použití v praxi. Inducery zmíněné geometrie často způsobují nestabilitu provozu čerpadla. Nestability, jako jsou silné vstupní zpětné proudění i v návrhovém bodě v induceru mohou dokonce zapříčinit mechanické selhání čerpadla. [18]

## 4.5 Nekonvenční přístupy k návrhu induceru

V současné době se k návrhu lopatkování inducerů využívá především poněkud sofistikovanějších (nekonvenčních) přístupů, ve srovnání s dříve uvedeným návrhem (šroubová plocha  $S = \text{konst}$ ). Výsledkem nových přístupů jsou tvarově složitější plochy lopatek. Tyto přístupy jsou výjimečné zejména tím, že lze dle nich kapalinu v induceru „lépe připravit“ pro vstup do oběžného kola čerpadla. Významné je zejména tlakové pole a rychlostní profil za inducerem. Lze odvodit, že tlakový zisk dodávaný inducerem ( $S = \text{konst}$ ) na dané proudové ploše (válnovém řezu) je závislý právě na hodnotě poloměru  $r$  této válkové plochy. Jinak řečeno, minimálního tlakového zisku je vyvozeno na válkové ploše o poloměru  $r_{\min}$ , který odpovídá poloměru náboje  $r_{\text{náb}}$ , a s rostoucím poloměrem (směrem od náboje k periferii ok induceru) narůstá i tlakový zisk. Nyní pouze předpokládejme platnost vztahu (6.15) odvozeného dále, který lze s uvažováním platnosti pro obecnou válkovou plochu přepsat do tvaru:

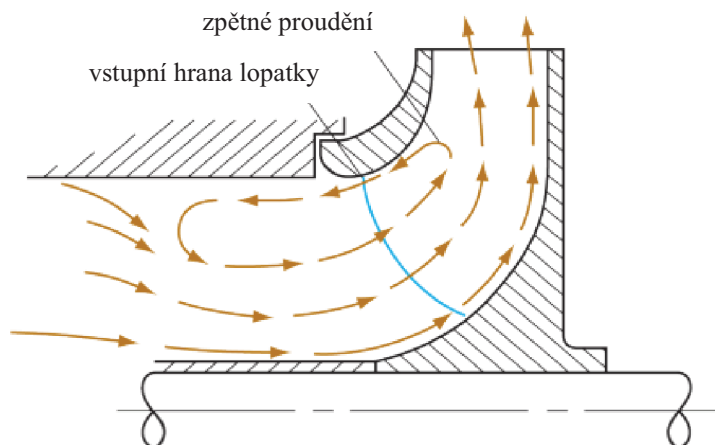
$$p_3 - p_0 = \frac{\rho \cdot \eta_{hi}^2 \cdot u_3^2}{2}$$

Z výše uvedeného vztahu je zřejmá přímá závislost tlakového zisku  $p_3 - p_0$  na unášivé (obvodové) rychlosti na výstupu z induceru  $u_3$ . Uvažujeme-li unášivou rychlost ve tvaru:

$$u = \omega \cdot r = 2\pi n \cdot r \quad (4.7)$$

kde:  $\omega$  je úhlová rychlost;  $n$  jsou otáčky induceru (=otáčky ok čerpadla)

Nyní je již zřejmá i závislost tlakového zisku  $p_3 - p_0$  na poloměru  $r$ . Poznatek o maximální hodnotě tlaku v místě perimetru ok induceru (na jeho maximálním poloměru  $r_{\max}$ , odpovídající  $r_{\text{per}}$ ) je možný si intuitivně vysvětlit, jako projev účinků odstředivých sil, plynoucích z rotace kapaliny v mezilopátkovém prostoru induceru a za ním. Vlivem existence výrazněji odlišných hodnot tlaku za inducerem v oblastech náboje ( $r_{\min}$ ) a perimetru ok induceru ( $r_{\max}$ ), může docházet k nechtěnému přetékání kapaliny proti směru gradientu tlaku, tj. ve směru od perimetru k náboji. Zmíněné přetékání kapaliny v prostoru mezi inducerem a hlavním ok čerpadla je znázorněn na obr. 4. 5. Kapalina přetéká z míst vyššího tlaku do míst nižšího ve snaze o vyrovnaní tlakových poměrů, což výrazně ovlivní charakter proudění před oběžným kolem čerpadla. Důsledkem tohoto chování kapaliny dochází ke změně natékání ok čerpadla, v krajním případě může dojít k jevu, známého jako tzv. „ucpání kanálu oběžného kola“.



Obr. 4. 5 Zpětné proudění v oblasti sání čerpadla jako důsledek nevyrovnaného tlakového pole za inducerem [19]

#### 4.5.1 Inducer-pole konstantního tlaku ( $p=\text{konst}$ ) a měrné energie ( $Y=\text{konst}$ )

V případě získání konstantního tlakového pole na výstupu z induceru, respektive v určité vzdálenosti za odtokovou hranou jeho lopatek lze předpokládat příznivější charakter proudění mezi inducerem a oběžným kolem. Oběžné kolo je pak „ideálně“ tzn. rovnoměrněji natékané, což se může příznivě projevit jako potlačení zpětného proudění ve vstupní části mezilopatkového kanálu oběžného kola. Tento přístup, tj. návrh tvaru lopatek induceru s požadavkem konstantního pole tlaku  $p$  je jedním ze stěžejních úkolů předložené diplomové práce. Hydraulický návrh induceru s cílem dosažení pole konstantní měrné energie  $Y$  na výstupu z induceru (v definované vzdálenosti za odtokovou hranou jeho lopatek) tvoří druhou hlavní část celé práce.

Návrhy s cílem získat konstantní pole tlaku za inducerem ( $p=\text{konst}$ ), respektive měrné energie ( $Y=\text{konst}$ ), jsou smyslem vlastní části práce a náplní následujících kapitol, které obsahují teorii odvození obou přístupů, výpočetní ověření očekávaných výsledků pomocí numerického modelování proudění (CFD výpočtu), vzájemné kvalitativní i kvantitativní srovnání obou přístupů ( $p=\text{konst}$ ,  $Y=\text{konst}$ ) s ohledem na možné praktické využití přístupů návrhu geometrie lopatek induceru.



## 5 METODIKA VLASTNÍHO NÁVRHU TVARU LOPATEK INDUCERU

Předmětem této kapitoly je v první řadě nastínění postupu návrhu tvaru lopatek válcového induceru. Celkem jsou v předkládané diplomové práci uplatněny **3 přístupy** řešení. Společným požadavkem všech tří přístupů řešení je dosažení pokud možno konstantního pole (rozložení po průřezu) určité veličiny-tlaku  $p$ , respektive měrné energie  $Y$  v definované vzdálenosti za inducerem. Následující výčet souhrnně uvádí jednotlivé přístupy i s jejich označením, které je respektováno v dalším textu práce:

- 1) **p=konst (ER)**...návrh na konstantní pole tlaku dle Eulerovy čerpadlové rovnice
- 2) **Y=konst (ER)**...návrh na konstantní pole měrné energie dle Eulerovy čerpadlové rovnice
- 3) **p=konst (SNG)**...návrh na konstantní pole tlaku metodou singularit

První dva uvedené přístupy řešení, vychází z Eulerovy čerpadlové rovnice, na základě níž je určen možný tlakový zisk a měrná energie vytvořená inducerem. Ze známé hodnoty měrné energie na jednotlivých proudových plochách (válcové výpočtové) je na základě znalosti rychlostních trojúhelníků možné určit úhly vstupní a výstupní hrany lopatky  $\beta_0, \beta_3$ . Při hydraulickém návrhu střední čáry profilu lopatky je využita teorie konformního zobrazení.

Třetí přístup řešení v pořadí je založen na metodě singularit. Impulzem k tvorbě tohoto dalšího návrhu s požadavkem vytvoření konstantního pole tlaku za inducerem jsou neuspokojivé výsledky předchozího návrhu  $p=\text{konst (ER)}$ , je vysvětleno později.

Podrobnému popisu postupů při návrzích geometrie lopatky dle jednotlivých výše uvedených přístupů se věnuje kapitola 7. Teorie potřebná k pochopení dílčích návrhů je přehledně uvedena v kapitole 6. Průběh ověřujících CFD výpočtů s charakteristikou jejich vyhodnocení je náplní kapitoly 8. Za ní následující kapitola 9. přináší zhodnocení výsledku CFD výpočtu a srovnání hodnot parametrů získaných výpočtem s hodnotami očekávanými při návrhu geometrie.

Nyní následuje přehled zadaných parametrů a obecné předpoklady řešení.

### 5.1 Návrhové parametry válcového induceru

#### 5.1.1 Zadané parametry

Pro prvotní návrh válcového induceru s požadavkem konstantního pole tlaku (měrné energie) za inducerem jsou dány následující základní parametry, viz tab. 5. 1.

Tab. 5. 1 Základní (zadané) parametry návrhu induceru

průtok inducerem	$Q$	611	$[\text{l}\cdot\text{s}^{-1}]$
		0,611	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$
poloměr náboje	$r_{náb} (r_{min})$	0,075	$[\text{m}]$
poloměr perimetru ok induceru	$r_{per} (r_{max})$	0,153	$[\text{m}]$
hydraulická účinnost	$\eta_h$	0,75	$[-]$
otáčky	$n$	2980	$[\text{min}^{-1}]$
		49,667	$[\text{s}^{-1}]$
hustota pracovní kapaliny - $\text{H}_2\text{O}$	$\rho$	1000	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$

### 5.1.2 Dopočítané základní parametry, volba hodnot nezadaných parametrů

Z výše zadaných parametrů geometrie lze vyjádřit průtočnou plochu induceru, tj. plochu mezikruží  $S_{\odot}$  definovanou vztahem:

$$S_{\odot} = \pi (r_{max}^2 - r_{min}^2) \quad (5.1)$$

Ze zadaného průtoku a dopočítané průtočné plochy lze určit meridiální složku rychlosti, tzn. složku rychlosti v axiálním směru  $c_m$ , dle vztahu:

$$c_m = \frac{Q}{S_{\odot}} \quad (5.2)$$

Úhlová rychlost  $\omega$  je dána vztahem:

$$\omega = 2\pi n \quad (5.3)$$

V rámci návrhu tvaru lopatky induceru byly nezadané hodnoty zbývajících parametrů vhodně zvoleny a to s ohledem na splnění obecných zásad konstrukce inducerů, viz kapitola 4. 3. Tyto doplňující parametry zadání (zvolené, dopočítané) jsou souhrnně uvedeny v následující tabulce, viz tab. 5. 2.

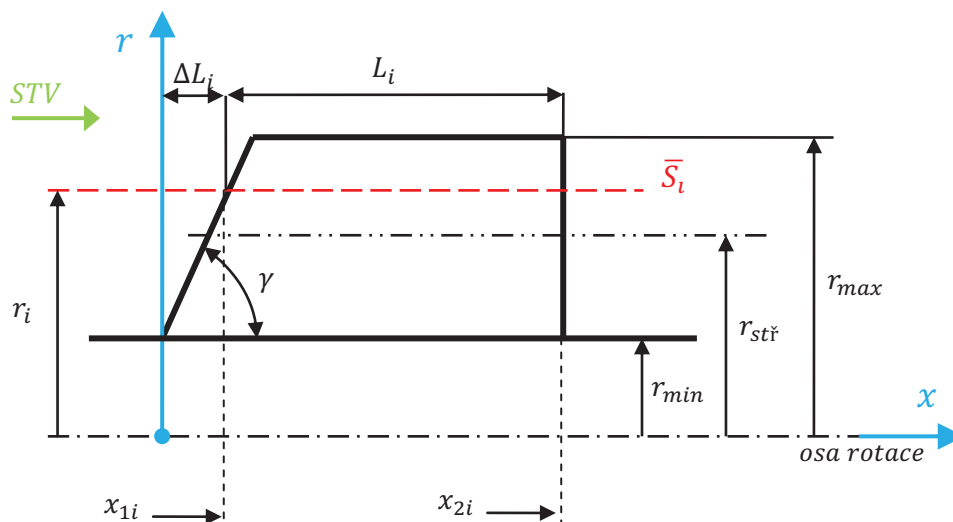
Tab. 5. 2 Doplňující parametry návrhu induceru

<b>dopočítané parametry:</b>			
průtočná plocha induceru	$S_{\odot}$	0,05587	[m <sup>2</sup> ]
meridiální složka rychlosti	$c_m$	10,93609	[m·s <sup>-1</sup> ]
úhlová rychlost	$\omega$	312,06487	[rad·s <sup>-1</sup> ]
<b>zvolené parametry:</b>			
maximální hloubka lopatkové mříže	$L_{max}$	0,2	[m]
úhel sklonu vstupní hrany lopatky	$\gamma$	60	[°]
úhel opásání	$\varphi$	270	[°]
tloušťka lopatky	$\delta$	0,005	[m]
počet lopatek	$z$	2	[-]

Pohled na inducer navrhovaného tvaru spolu s označením dalších doplňujících veličin je uveden obr. 5. 1. Jak je z obrázku zřejmé, vstupní hrana lopatky je skloněná pod úhlem  $\gamma$ . Hloubka lopatkové mříže  $L$  tedy není konstantní, ale závisí na poloměru, tj.  $L_i = f(r_i)$ . Poloměrem  $r_i$  je naznačena pozice jednoho z válcových řezů, na nichž jsou počítány návrhové veličiny (unášivá rychlost  $u$ , unášivá složka absolutní rychlosti  $c_u$ , tlakový zisk  $p_3 - p_0$ , měrná energie  $Y$ , apod.) viz dále. Index  $i$  tedy označuje určitý válcový řez (výpočetní proudovou plochu  $\bar{S}_i$ ) a koresponduje rovněž s indexem  $i$  v rovnicích (kde  $i$  označuje proudnici na dané válcové ploše). Veličina  $\Delta L_i$  je pouze pomocnou veličinou, je doplňkem k  $L_i$ . Skutečnou hloubku lopatkové mříže  $L_i$  na dané proudové ploše je možné určit jako:

$$L_i = L_{max} - \Delta L_i \quad (5.4)$$

Souřadnice  $x_{1i}$  a  $x_{2i}$  označuje polohu vstupní a výstupní hrany ve válcovém souřadném systému  $x-r$ , kterého je rovněž využito při pozdější transformaci geometrie do konformního zobrazení, viz dále.



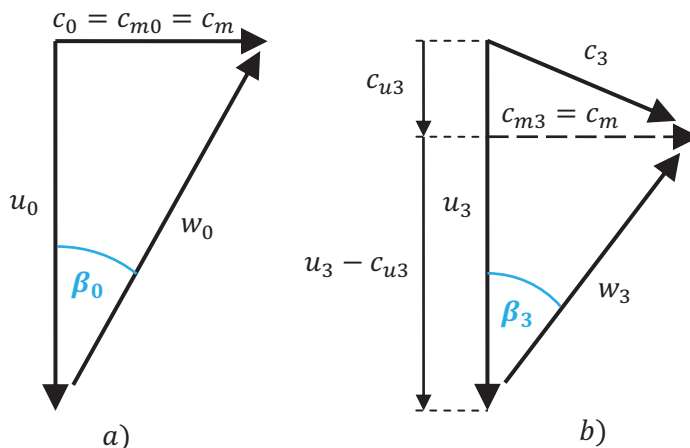
Obr. 5. 1 Meridiální řez ok induceru s vyznačením výpočtové (válcové) plochy

## 5.2 Základní předpoklady návrhu

K doplnění návrhových parametrů je vhodné doplnit i předpoklady vlastního řešení:

- inducer je válcový a jeho náboj je protažený až do opěrného bodu-uložení v ložisku sacího kolene. Pro prvotní návrh tedy není inducer řešen jako letmo uložený. Přijetím tohoto předpokladu se výrazně zjednoduší ověřující výpočet v CFD, respektive výpočetní síť do výpočtu vstupující.
- není uvažována kapalinová spára mezi lopatkou a sacím potrubím, nejsou tedy zohledněny možné objemové nebo disipační ztráty v této oblasti.
- nátok kapaliny na vstupní hranu lopatky je bez předrotace, což znamená, že pro unášivou složku absolutní rychlosti platí:  $c_{u1} = 0$ , viz kap. 3.2. Názorný pohled na orientaci rychlostí na vstupu a výstupu ok induceru (pozice 1 a 3 na obr. 4. 1.) je uveden na obr. 5. 2. Znázornění rychlostních trojúhelníků bude využito později při výkladu určení úhlu vstupní, výstupní hrany lopatky, viz dále.
- pohyb kapaliny je předpokládán pouze po proudnicích ležících na jednotlivých válcových plochách (řezech) pracovní části ok induceru. Jinak řečeno, částice kapaliny se ve směru poloměru nepohybuje.
- dalšími předpoklady mohou být předpoklady vycházející z teorie základního odvození geometrie, viz kapitola 6. Uvažuje-li se např. platnost Eulerovy čerpadlové rovnice, je nutné si uvědomit podmínky jejího vlastního odvození. EČR je totiž odvozena pro absolutně hustou mříž-tj. pro nekonečný počet lopat a dále pro nulovou tloušťku lopatek. Dále např. metoda singularit je založeno na principech potenciálního (nevířivého) proudění, kde se tedy neuvažuje disipace energie Z výše uvedeného je zřejmé, že návrh je ve srovnání s reálným prouděním kapaliny v ok induceru značně zjednodušený. Možnost určitého, částečného srovnání očekávaných výsledků (z návrhových výpočtů) s reálnou situací lze získat pomocí modelování proudění prostřednictvím CFD.

Další předpoklady, týkající se právě modelování proudění v CFD, jsou uvedeny v kapitole zabývající se touto problematikou, viz kapitola 8.



Obr. 5. 2 Rychlostní trojúhelníky: a) vstupní, b) výstupní  
( $c$  - absolutní rychlost,  $w$  - relativní rychlost,  $u$  - unášivá rychlost,  $\beta$  -úhel hrany lopatky)

### 5.3 Výpočet veličin na proudové ploše

Výpočet veličin při návrhu tvaru lopatky je prováděn na proudových (výpočtových) plochách  $\bar{S}_i$ , jak je naznačeno na obr. 5. 1. Tato skutečnost se dále shoduje s druhým předpokladem předchozí kapitoly 5. 2, podle něhož se kapalina pohybuje pouze po proudové válcové ploše.

Výpočet je prováděn konkrétně na **11-ti** proudových válcových plochách, pro zmiňovaný index  $i$  tedy platí:

$$i = 11 \quad (5.5)$$

Lichá hodnota počtu proudových ploch je zvolena z toho důvodu, aby byl určen návrh geometrie lopatky na proudové ploše o poloměru  $r_{stř}$  (střední poloměr), tj. v místě poloviny výšky lopatky. Pro střední poloměr tedy platí:

$$r_{stř} = \frac{r_{min} + r_{max}}{2} = \frac{r_{náb} + r_{per}}{2} \quad (5.6)$$

V běžných situacích návrhu tvaru lopatek je zpravidla dostatečné provádět výpočet pouze na třech výpočtových plochách ( $i = 3$ ), tj. na válcových plochách o poloměrech:  $r_{min}, r_{stř}, r_{max}$ . Návrhy lopatek induceru s požadavky  $p = konst$  a  $Y = konst$  jsou specifické tím, že lopatky těmito přístupy navržené, jsou poměrně značně zakřivené. Zvláště v blízkosti náboje jsou lopatky silně zdeformované. Plocha profilu lopatky se velmi pozvolna blíží válcovému povrchu náboje. S ohledem na následující výpočet ok induceru pomocí CFD, respektive s ohledem na tvorbu výpočetní sítě je vhodné v některých případech upravit problematickou oblast napojení lopatky k náboji. Tuto úpravu je možné provést pomocí interpolace (posunutí) bodů středních čar profilů na válcových výpočtových plochách v blízkosti náboje. Pro lepší a zároveň tvarem co nejméně odlišnou náhradu od původního tvaru napojení je dobré mít v blízkosti tohoto řešeného místa dostatečný počet bodů, které potom přesněji popisují původní geometrii danou výpočtem. Tímto je vysvětlen vyšší počet výpočetních ploch, daný vztahem (5.5). Možný vliv náhrady geometrie lopatky v blízkosti náboje je diskutován v kapitole 7.1.4.1, která se věnuje se tvorbě 3D modelu ok induceru a dalším přípravám pro ověřující výpočet pomocí CFD.

## 6 POUŽITÁ TEORIE

V následujících podkapitolách dále je uvedena použitá teorie pro kompletní odvození tvaru lopatky induceru. Problematika konformního zobrazení a metody singularit je detailně probrána v literatuře [20], tudíž je tento problém v diplomové práci pouze nastíněn a následně je uvedeno již přímo jeho řešení, viz následující kapitola 7.

### 6.1 Měrná energie a tlakový zisk vytvořený válcovým inducerem [21]

Před inducerem (prostor s indexem 0 na obr. 4. 1) je tlak na sání. Inducer zvýší tlak před oběžným kolem. S využitím Eulerovy čerpadlové rovnice-dle vztahu (1), rozšířené o uvažování ztrát (člen  $\eta_h$ ), a ve shodě se značením prostoru před (za) inducerem-viz opět obr. 4. 1, pro zisk měrné energie inducerem platí:

$$\frac{Y_i}{\eta_{hi}} = u_3 c_{u3} - u_0 c_{u0} \quad (6.1)$$

kde:  $Y_i$  a  $\eta_{hi}$  označuje měrnou energii a hydraulickou účinnost přenosu energie na dané proudnici (index  $i$  označuje proudnici, index 0 označuje vstup a index 3 výstup).

Při uvažování nátoky kapaliny na vstupní hranu lopatky ok induceru tzv. bez předrotace viz obr. 5. 2, je předpokládáno, že pro unášivou složku absolutní rychlosti na vstupu  $c_{u0}$  platí:

$$c_{u0} = 0 \quad (6.2)$$

a vztah (6.1) se tak zjednoduší do následujícího tvaru:

$$\frac{Y_i}{\eta_{hi}} = u_3 c_{u3} \quad (6.3)$$

odtud lze následně vyjádřit unášivou složku absolutní rychlosti  $c_{u3}$  na výstupu:

$$c_{u3} = \frac{Y_i}{\eta_{hi} u_3} \quad (6.4)$$

Měrnou energii  $Y_i$  získanou inducerem na dané proudnici lze také vyjádřit pomocí vztahu (bilanční rovnice):

$$Y_i = \frac{p_3 - p_0}{\rho} + \frac{c_3^2 - c_0^2}{2} \quad (6.5)$$

a tlakovou měrnou energii vytvořenou inducerem lze potom definovat ve tvaru:

$$\frac{p_3 - p_0}{\rho} = Y_i - \frac{c_3^2 - c_0^2}{2} \quad (6.6)$$

Protože pro válcový inducer platí:  $c_{m3} = c_{m0}$  a z rychlostních trojúhelníků-viz obr. 5. 2, je zřejmé, že:  $c_0 = c_{m0}$ , je dále uvažována platnost vztahu:

$$c_0 = c_{m0} = c_{m3} = c_m \quad (6.7)$$

Absolutní rychlost na výstupu je uvažována ve tvaru:

$$c_3^2 = c_{u3}^2 + c_{m3}^2 \Leftrightarrow c_3 = \sqrt{c_{u3}^2 + c_{m3}^2} \quad (6.8)$$

Pozn.: zcela identicky lze vyjádřit absolutní rychlost i pro ostatní prostory induceru a ok čerpadla označených na obr. 4. 1.

S využitím vztahů (6.4), (6.7) a (6.8) lze vztah (6.6) upravit do tvaru:

$$\frac{p_3 - p_0}{\rho} = Y_i - \frac{c_{m3}^2 + c_{u3}^2 - c_0^2}{2} = Y_i - \frac{c_{u3}^2}{2} = Y_i - \frac{Y_i^2}{2 \eta_{hi}^2 u_3^2} \quad (6.9)$$

jehož úpravou (rovnice je podělena výrazem  $\frac{c_m^2}{2}$ ) dostáváme bezrozměrně vyjádřenou tlakovou diferencí i s uvažováním ztrát v difuzoru při proudění kapaliny, a to ve tvaru:

$$\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} [1] = \frac{2}{c_m^2} \left( Y_i - \frac{Y_i^2}{2 \eta_{hi}^2 u_3^2} \right) \quad (6.10)$$

## 6.2 Výpočet měrné energie induceru, známe-li požadovaný tlakový rozdíl [21]

Při odvození měrné energie vycházíme ze vztahu (6.10), pouze formálně upraveného do tvaru (kvadratická rovnice s koeficienty  $A, B, C$ ):

$$\underbrace{\frac{1}{\eta_{hi}^2 c_m^2 u_3^2}}_A \cdot Y_i^2 - \underbrace{\frac{2}{c_m^2}}_B \cdot Y_i + \underbrace{\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2}}_C = 0 \quad (6.11)$$

Nejméně se zvyšuje tlak na minimálním poloměru-na náboji ( $r_{min} = r_{náb}$ ), jak je již vysvětleno v kap. 4.5. Proto v rovnici (6.11) označíme minimální unášivou rychlost (tj. na náboji induceru) jako  $u_3 = u_{3min}$  ( $= u_{3náb}$ ). Na náboji induceru (poloměr  $r_{min}$ ) je dosaženo maximálního tlakového rozdílu (přetlaku):

$$\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} = \frac{2}{c_m^2} \left( Y_i - \frac{Y_i^2}{2 \eta_{hi}^2 u_{3min}^2} \right) \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial \left( \frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} \right)}{\partial Y_i} = 0 \Rightarrow \frac{2}{c_m^2} \left( 1 - \frac{2 Y_i}{2 \eta_{hi}^2 u_{3min}^2} \right) = 0$$

neboli po úpravě lze měrnou energii vyjádřit vztahem:

$$Y_i = \eta_{hi}^2 u_{3min}^2 \quad (6.13)$$

a maximální hodnota bezrozměrně vyjádřené tlakové difference na náboji, tj. dosazením vztahu (6.13) do vztahu (6.12), je dána:

$$\left. \frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} \right|_{max} = \frac{2}{c_m^2} \left( \eta_{hi}^2 u_{3min}^2 - \frac{(\eta_{hi}^2 u_{3min}^2)^2}{2 \eta_{hi}^2 u_{3min}^2} \right)$$

$$\left. \frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} \right|_{max} = \frac{\eta_{hi}^2 u_{3min}^2}{c_m^2} = \frac{\eta_{hi}^2 u_{3náb}^2}{c_m^2} \quad (6.14)$$

následně odtud pro tlakovou diferencí, v základních jednotkách tlaku [Pa], platí:

$$p_3 - p_0 [Pa] = \frac{\rho \cdot \eta_{hi}^2 \cdot u_{3náb}^2}{2} \quad (6.15)$$

### 6.3 Měrná energie systému inducer-oběžné kolo čerpadla [21]

Protože pro měrnou energii ok čerpadla  $Y_{ok}$  platí:

$$Y_{ok} = \frac{p_4 - p_3}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_3^2}{2} \quad (6.16)$$

je možno pro tlakový rozdíl (přetlak) vytvořený oběžným kolem čerpadla mezi místem za inducerem (prostor 3 na obr. 4. 1) a výstupem z oběžného kola (prostor 4) psát:

$$\frac{p_4 - p_3}{\rho} = Y_{ok} - \frac{c_4^2 - c_3^2}{2} \quad (6.17)$$

a pokud pro absolutní rychlost na výstupu z ok čerpadla  $c_4$ , analogie-viz rov (6.8), platí:

$$c_4^2 = c_{u4}^2 + c_{m4}^2 \Leftrightarrow c_4 = \sqrt{c_{u4}^2 + c_{m4}^2} \quad (6.18)$$

potom:

$$\frac{p_4 - p_3}{\rho} = Y_{ok} - \frac{c_{u4}^2 + c_{m4}^2 - c_{u3}^2 - c_{m3}^2}{2} \quad (6.19)$$

Celková měrná energie vytvořená soustavou inducer-ok čerpadla je dána:

$$Y = \frac{p_4 - p_0}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_0^2}{2} = \frac{p_4 - p_3}{\rho} + \frac{p_3 - p_0}{\rho} + \frac{c_4^2 - c_0^2}{2} \quad (6.20)$$

dosazením vztahů (6.6) a (6.16) dostáváme:

$$Y = Y_{ok} - \frac{c_{u4}^2 + c_{m4}^2 - c_{u3}^2 - c_{m3}^2}{2} + Y_i - \frac{c_3^2 - c_0^2}{2} + \frac{c_4^2 - c_0^2}{2} \quad (6.21)$$

úpravou s uvažováním vztahů (6.7), (6.8) a (6.18) potom získáme:

$$Y = Y_{ok} - \frac{c_{u4}^2 + c_{m4}^2 - c_{u3}^2 - c_{m3}^2}{2} + Y_i - \frac{c_{m3}^2 + c_{u3}^2 - c_{m0}^2}{2} + \frac{c_{m4}^2 + c_{u4}^2 - c_{m0}^2}{2} \quad (6.22)$$

členy rovnice s rychlostmi se vzájemně vyruší a výsledný vztah má tvar:

$$Y = Y_{ok} + Y_i \quad (6.23)$$

Měrná energie je součet měrné energie induceru a oběžného kola. Vstup na oběžné kolo je s předrotací, kterou vytvoří inducer, tedy  $Y_{ok}$  vychází o tuto předrotace menší (tu dodává inducer).

Nyní uvažujme dvě rozdílné možnosti konstrukce čerpadla, tj. bez induceru a s inducerem před ok čerpadla. Na základě následujícího podrobnějšího rozboru obou konstrukčních variant je možné učinit zajímavý závěr.



### 6.3.1 Měrná energie ok čerpadla (bez induceru)

Pro tento případ je měrná energie  $Y$  dodávaná oběžným kolem čerpadla (tzn. celková měrná energie dodávaná kapalině) dána vztahem:

$$\frac{Y}{\eta_{h_{ok}}} = u_4 c_{u4} - u_0 c_{u0} \quad (6.24)$$

jeli i nyní uvažován nátok bez předrotace kapaliny-viz rov (6.2) potom:

$$\frac{Y}{\eta_{h_{ok}}} = u_4 c_{u4} \Rightarrow Y = \eta_{h_{ok}}(u_4 c_{u4}) \quad (6.25)$$

kde:  $\eta_{h_{ok}}$  je hydraulická účinnost oběžného kola čerpadla.

### 6.3.2 Měrná energie ok čerpadla s inducerem

Měrná energie získaná inducerem je ve tvaru-viz rov (6.3):

$$\frac{Y_i}{\eta_{hi}} = u_3 c_{u3} \Rightarrow Y_i = \eta_{hi}(u_3 c_{u3}) \quad (6.26)$$

Měrná energie získaná ok čerpadla (umístěným za inducerem) je dána vztahem:

$$\frac{Y_{ok}}{\eta_{h_{ok}}} = u_4 c_{u4} - u_3 c_{u3} \Rightarrow Y_{ok} = \eta_{h_{ok}}(u_4 c_{u4} - u_3 c_{u3}) \quad (6.27)$$

Pozn.: z výše uvedeného vztahu je zřejmé, že v případě využití induceru před ok čerpadla je ok čerpadla již natékané s předrotací kapaliny (od rotace induceru), proto je na vstupu do ok čerpadla unášivá složka absolutní rychlosti nenulová ( $c_{u3} \neq 0$ ).

Celková měrná energie je tedy dána:

$$Y = Y_i + Y_{ok} = \eta_{hi}(u_3 c_{u3}) + \eta_{h_{ok}}(u_4 c_{u4} - u_3 c_{u3})$$

$$Y = \eta_{h_{ok}} u_4 c_{u4} - u_3 c_{u3}(\eta_{h_{ok}} - \eta_{hi}) \quad (6.28)$$

Z odvozeného výrazu je vidět, že měrná energie samotného oběžného kola (6.25) a oběžného kola s inducerem (6.27) se téměř nemění, protože pokud  $\eta_{h_{ok}} \approx \eta_{hi}$ , tak potom rovnice (6.28) přechází do tvaru  $Y = \eta_{h_{ok}}(u_4 c_{u4})$ , viz vztah (6.25). Hydraulická účinnost ok čerpadla v tomto režimu s předrotací je velmi podobná účinnosti ok čerpadla bez předrotace (bez induceru).

## 6.4 Základní úvahy o rovinném potenciálním proudění

Prostorové proudění ideální kapaliny není v běžné technické praxi vždy možné nějak jednodušeji řešit. Z toho důvodu se často třírozměrný problém převádí na dvourozměrný, tj. rovinný, který je z pohledu fyzikálního a matematického modelování podstatně jednodušší. Pokud je proudění v hydrodynamickém stroji popisované dvourozměrným modelem, je předpokládáno, že kapalina se ve stroji pohybuje obecně po koaxiálních proudových plochách, souosých s osou stroje. V případě induceru, jakožto čistě axiálního stroje, jsou těmito proudovými plochami zmiňované „výpočtové“ válcové plochy-viz plocha  $\bar{S}_i$  na obr. 5. 1. Proudění na válcové ploše lze pak konformně převést do roviny, čímž se přejde na rovinný pohyb kapaliny. Popis proudění v transformované rovině mříží je značně jednodušší a po jeho vyřešení se proudové poměry transformují zpět na plochu  $\bar{S}_i$ .



„Základní kinematická podmínka hladkého obtékání těles a tedy i profilů lopatkové mříže ideální kapalinou říká, že relativní rychlost  $w$  na jejich povrchu  $S$  je k nim tečná.“ [20]

Relativní rychlost  $w$  a vnější jednotkový vektor elementární plochy  $n$  jsou vzájemně kolmé. Matematicky lze tuto podmínku vyjádřit pomocí Einsteinovy sumační symboliky takto:

$$w_j n_j = 0 \quad (6.29)$$

kde: index  $j$  značí index v Einsteinově sumační symbolice.

Je-li proudová plocha  $\bar{S}_i$  válcová (inducer), je na ní konstantní unášivá rychlost  $u$  a pro rotor unášivé rychlosti platí:

$$\text{rot } u_j = 0 \quad (6.30)$$

Dále je možné odvodit, že i rotor relativní rychlosti je nulový, zapsáno:

$$\text{rot } w_j = 0 \quad (6.31)$$

na základě čehož lze konstatovat, že pole rychlostí  $w$  je potenciální!

K popisu proudění se využívá funkce komplexního potenciálu  $F(z)$  ve tvaru:

$$F(z) = \Phi(x, y) + i \cdot \Psi(x, y) \quad (6.32)$$

kde: reálná část  $\Phi(x, y)$  je funkce potenciální a imaginární část  $\Psi(x, y)$  je funkce proudová.

## 6.5 Konformní zobrazení

Přímé řešení obtékaného profilu je zpravidla poměrně složité, proto se proudění převádí z roviny profilu na rovinu jinou, kde je řešení početně jednodušší. Uvažujeme-li rovinné a potenciální obtékání profilu, je možné zavést ortogonální síť ekvipotenciál ( $\Phi = \text{konst}$ ) a proudnic ( $\Psi = \text{konst}$ ). Předpokládejme, že při obtékání nějakého profilu v rovině  $z = x + i \cdot y$  existuje takováto síť. Body z roviny  $z = x + i \cdot y$  je tak možné transformovat do roviny  $\zeta = \xi + i \cdot \eta$ . V rovině  $\zeta$  se vyřeší rychlostní poměry, ty se následně převedou zpět na proudovou plochu  $\bar{S}$ , kde se dopočítá rozložení tlaků.

Pohled na konformní transformaci relativního proudového pole z válcové koaxiální proudové plochy  $\bar{S}$  (inducer) do roviny  $\zeta = \xi + i \cdot \eta$  je uveden na obr. 6. 1. Aby byla tato transformace konformní, musí být splněny následující podmínky:

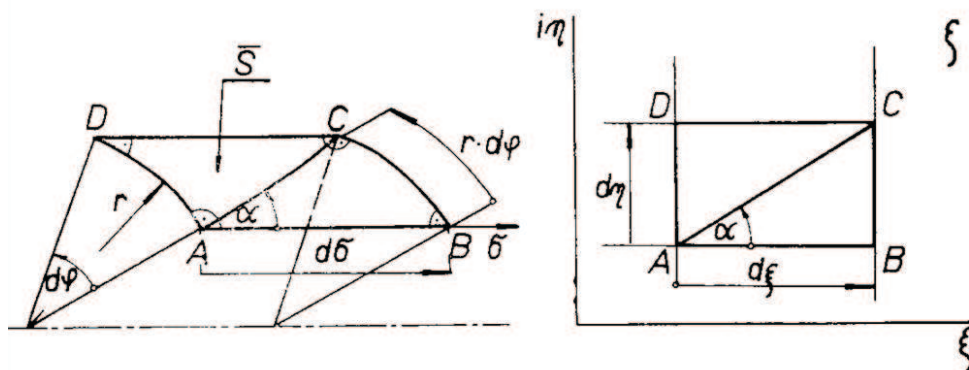
- úhly zůstávají zachovány, což lze zapsat jako:

$$\text{tg } \alpha = \frac{r \, d\varphi}{d\sigma} = \frac{d\eta}{d\xi} \quad (6.33)$$

kde:  $\sigma$  značí meridiánovou souřadnici a  $\varphi$  značí úhlovou souřadnici, obě tyto souřadnice jsou zavedeny na proudové ploše  $\bar{S}$ .

- zůstávají zachovány i poměry elementárních délek, vyjádřeno pro obecný bod  $A$  jako:

$$\mu(A) = \frac{d\xi}{d\sigma} = \frac{d\eta}{r \, d\varphi} \quad (6.34)$$



Obr. 6. 1 Transformace souřadnic z válcové plochy do roviny [20]

Konformní zobrazení tedy má být takové, aby směr meridiální souřadnice  $\sigma$  na proudové ploše  $\bar{S}$  odpovídal směru osy  $\xi$  v rovině  $\zeta$  a aby směr obvodové souřadnice  $r \cdot d\varphi$  analogicky odpovídal směru osy  $i\eta$ , viz situace na obr. 6. 1.

Podrobný popis dalšího odvození je detailně uveden v literatuře [10, 20], proto jsou zde již uvedeny finální vztahy vstupující do vlastního výpočtu návrhu tvaru lopatky.

Při uvažování válcového souřadného systému-viz obr. 5. 1 ( $d\sigma = dx$ ,  $r = konst$  na dané válcové ploše) a dále pokud je uvažována pozice profilu lopatky dle obr. 6. 2, lze definovat souřadnice konformního zobrazení takto:

souřadnice  $\xi$ :

$$\xi = h \left( \frac{1}{a} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} - \frac{1}{2} \right) = \frac{h}{a} \cdot \frac{1}{r} \int_{x_1}^x dx - \frac{h}{2} = h \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} - \frac{h}{2} \quad (6.35)$$

pokud konstanta mříže  $a$  je dána:

$$a = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r} = \frac{1}{r} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{1}{r} (x_2 - x_1) \quad (6.36)$$

souřadnice  $\eta$ :

$$\eta = \frac{h}{a} \cdot \varphi \quad (6.37)$$

kde:  $r$  je poloměr,  $x$  je proměnná (poloha bodu ve směru osy  $x$ ),  $h$  má význam konstanty charakterizující hloubku lopatkové mříže v konformním zobrazení-viz obr. 6. 2, veličina  $a$  je konstantou mříže,  $x_1$  a  $x_2$  jsou souřadnice bodu vstupní a výstupní hrany profilu lopatky

Zpětná transformace z konformního zobrazení do válcových souřadnic je možná na základě vztahu (6.37), odkud pro úhel opásání  $\varphi$  dostáváme vztah:

$$\varphi = \frac{a}{h} \cdot \eta \quad (6.38)$$

a souřadnice střední čáry profilu v kartézském souřadném systému jsou při známé hodnotě souřadnice  $x$  jsou dány:

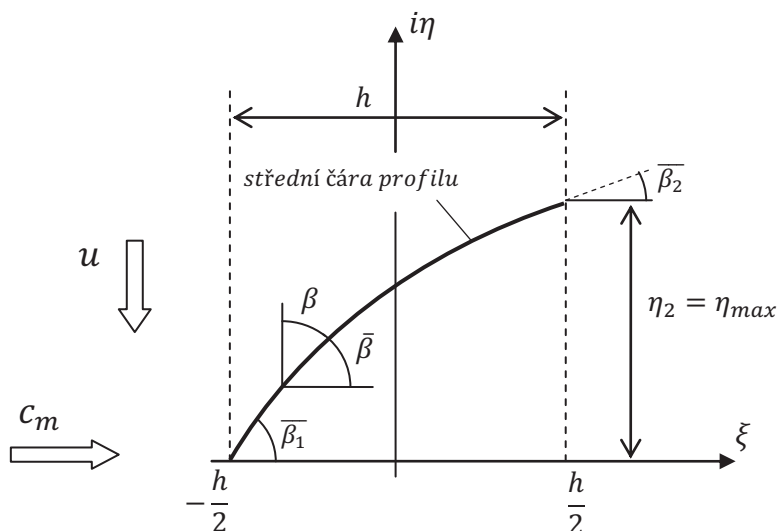
$$y = r \cdot \sin \varphi \quad (6.39)$$

$$z = r \cdot \cos \varphi \quad (6.40)$$

## 6.5.1 Konformní zobrazení střední čáry profilu

### 6.5.1.1 Kvadratická změna úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$

Metoda kvadratické změny oproti metodám založených na lineární změně úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  umožňuje volit si hodnotu veličiny  $\eta_2$ , která je naznačena na obr. 6. 2.



Obr. 6. 2 Konformní zobrazení střední čáry profilu lopatky

Kvadratickou změnu úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  je pro situaci znázorněnou na obrázku možné vyjádřit ve tvaru:

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_1 + k_1 \left( \xi + \frac{h}{2} \right) + k_2 \left( \xi + \frac{h}{2} \right)^2 \quad (6.41)$$

kde: symbolem  $\bar{\beta}$  je označen tzv. doplňkový úhel k úhlu  $\beta$  (viz obr. 6. 2),  $k_1$  a  $k_2$  jsou dosud neurčené konstanty.

Pro doplňkový úhel  $\bar{\beta}$  obecně platí:

$$\bar{\beta} = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (6.42)$$

a tedy pro doplněk vstupního a výstupního úhlu lopatky  $\bar{\beta}_1$  a  $\bar{\beta}_2$  lze psát:

$$\bar{\beta}_1 = \frac{\pi}{2} - \beta_1 ; \quad \bar{\beta}_2 = \frac{\pi}{2} - \beta_2 \quad (6.43)$$

Nyní jsou uvažovány následující případy:

- jestliže  $\xi = -\frac{h}{2}$ , tak po dosazení tohoto výrazu do vztahu (6.41) je odvozeno, že  $\bar{\beta} = \bar{\beta}_1$ , což koresponduje se situací na výše uvedeném obrázku.
- je-li  $\xi = \frac{h}{2}$  je analogickým postupem nyní však pro  $\bar{\beta} = \bar{\beta}_2$  odvozeno:

$$\bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_1 + k_1 \cdot h + k_2 \cdot h^2 \quad (6.44)$$

Pro tangentu doplňkového úhlu platí:

$$tg \bar{\beta} = \frac{d\eta}{d\xi} \quad (6.45)$$

odtud formální úpravou je vyjádřeno  $d\eta$  :

$$d\eta = \operatorname{tg} \bar{\beta} \cdot d\xi = \frac{\sin \bar{\beta}}{\cos \bar{\beta}} \cdot d\xi \quad (6.46)$$

integrací tohoto vztahu v mezích  $\xi_1 = -\frac{h}{2}$  a  $\xi_2 = \frac{h}{2}$  je odvozena maximální hodnota souřadnice  $\eta_{max}$  (viz obr. 6. 2) a to ve tvaru:

$$\eta_{max} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \operatorname{tg} \bar{\beta} \cdot d\xi = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \operatorname{tg} \left[ \bar{\beta}_1 + k_1 \left( \xi + \frac{h}{2} \right) + k_2 \left( \xi + \frac{h}{2} \right)^2 \right] \cdot d\xi \quad (6.47)$$

dosazením za konstantu  $k_1$  ze vztahu (6.44) nabývá rovnice tvar:

$$\eta_{max} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \operatorname{tg} \left[ \bar{\beta}_1 + \left( \frac{\bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_1}{h} - k_2 \cdot h \right) \left( \xi + \frac{h}{2} \right) + k_2 \left( \xi + \frac{h}{2} \right)^2 \right] \cdot d\xi \quad (6.48)$$

Nyní je nutné si uvědomit, že hodnota tohoto integrálu, tj.  $\eta_{max}$  je ovšem známá, neboť je určena volbou úhlu  $\varphi_{max}$ . Závislost těchto veličin je definována vztahem (6.37), zde upraveného pro tuto situaci do tvaru:

$$\eta_{max} = \frac{h}{a} \cdot \varphi_{max} \quad (6.49)$$

kde:  $\varphi_{max}$  je při uvažování válcové proudové plochy (inducer) úhel opásání lopatky.

Je-li tedy zvolen úhel opásání  $\varphi_{max}$ , je jednoznačně určena i hodnota celého integrálu, vztah (6.48). Jedinou neznámou na pravé straně rovnice je konstanta  $k_2$ , kterou je nutné určit numerickou metodou řešení. Po určení konstanty  $k_2$  je již možné dopočítat tvar střední čáry profilu využitím vztahu (6.41). Volbou  $\varphi_{max}$  respektive  $\eta_{max}$  je možné střední čáru profilu (lopatky) uměle zkracovat/prodlužovat, a to vše při zachování úhlu  $\bar{\beta}_1$ ,  $\bar{\beta}_2$ , které rozhodujícím způsobem ovlivňují hydraulický návrh (deformuje se pouze střední část profilu).

### 6.5.1.2 Lineární změna úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$

Pro následující odvození je předpokládána zcela stejná pozice profilu v rovině  $\xi - \eta$  (konformní zobrazení) jako v předchozím případě, viz obr. 6. 2.

Kvadratickou změnu úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  je možné vyjádřit ve tvaru:

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_1 + k \cdot \left( \xi + \frac{h}{2} \right) \quad (6.50)$$

Nyní jsou uvažovány případy, kdy souřadnice  $\xi$  odpovídá krajním bodům profilu:

- jestliže  $\xi = -\frac{h}{2}$ , tak po dosazení tohoto výrazu do vztahu (6.50) je odvozeno, že  $\bar{\beta} = \bar{\beta}_1$ , což opět koresponduje se situací na obr. 6. 2.
- je-li  $\xi = \frac{h}{2}$  je analogickým postupem nyní však pro  $\bar{\beta} = \bar{\beta}_2$  odvozeno:

$$\bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_1 + k \cdot h \quad (6.51)$$

odkud je možné určit konstantu  $k$  jako:

$$k = \frac{\bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_1}{h} \quad (6.52)$$

dosazením takto vyjádřené konstanty  $k$  do vztahu (6.51) je odvozeno:

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_1 + \frac{\bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_1}{h} \cdot \left( \xi + \frac{h}{2} \right) = \underbrace{\frac{\bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2}{2}}_a + \underbrace{\frac{\bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_1}{h}}_b \cdot \xi = a + b \cdot \xi \quad (6.53)$$

kde:  $a, b$  jsou nově zavedené konstanty:

$$a = \frac{\bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2}{2} \quad (6.54)$$

$$b = \frac{\bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_1}{h} \quad (6.55)$$

Analogicky jako u předchozí metody kvadratické změny úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  se i zde vychází z definice tangenty doplňkového úhlu  $\bar{\beta}$ , viz vztah (6.45). Dosazením (6.53) do vztahu (6.46) lze získat:

$$d\eta = \frac{\sin \bar{\beta}}{\cos \bar{\beta}} \cdot d\xi = \frac{\sin(a + b \cdot \xi)}{\cos(a + b \cdot \xi)} \cdot d\xi \quad (6.56)$$

Integrací tohoto vztahu s využitím substituce:

$$\begin{aligned} \cos(a + b \cdot \xi) &= z \\ -\sin(a + b \cdot \xi) \cdot b \cdot d\xi &= dz \\ \sin(a + b \cdot \xi) \cdot d\xi &= -\frac{dz}{b} \end{aligned}$$

je vyjádřena souřadnici  $\eta$  ve tvaru:

$$\begin{aligned} \eta &= \int \frac{\sin(a + b \cdot \xi)}{\cos(a + b \cdot \xi)} \cdot d\xi = \int \left( \frac{-\frac{dz}{b}}{z} \right) \cdot dz = -\frac{1}{b} \cdot \ln(z) + K \\ \eta &= -\frac{1}{b} \cdot \ln(\cos(a + b \cdot \xi)) + K \end{aligned} \quad (6.57)$$

kde:  $K$  je integrační konstanta, kterou je možné pro konkrétní pozici profilu v rovině  $\xi - \eta$  (obr. 6. 2) určit jako:

$$0 = -\frac{1}{b} \cdot \ln \left[ \cos \left( a - b \cdot \frac{h}{2} \right) \right] + K \rightarrow K = \frac{1}{b} \cdot \ln \left[ \cos \left( a - b \cdot \frac{h}{2} \right) \right]$$

Konečná podoba výrazu pro určení souřadnice  $\eta$  tedy je:

$$\eta = -\frac{1}{b} \cdot \ln(\cos(a + b \cdot \xi)) + \frac{1}{b} \cdot \ln \left[ \cos \left( a - b \cdot \frac{h}{2} \right) \right] \quad (6.58)$$

Metodou lineární změny úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  navržený tvar střední čáry profilu lépe odpovídá přirozenému obtékání profilu okolní kapalinou. Střední čára profilu není oproti předchozí metodě (kvadratická změny úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$ ) nikterak deformována (není uměle prodlužována/zkracována). Důsledkem použití metody lineární změny je dosažení různé hodnoty úhlu opásání  $\varphi$  na výpočtových válcových plochách. Jinými slovy, úhel opásání  $\varphi$  u tohoto modelu není možné volit, ale je určen výpočtem, což je i určitou nevýhodou této metody.

## 6.6 Metoda singularit

Protože je problematika metody singularit značně rozsáhlá a zároveň také podrobně zpracovaná v řadě dostupných zdrojů-např. v literatuře [20], není cílem uvádět v této práci její odvození. Dále je uveden pouze velice stručný popis této metody.

Cílem metody singularit, při řešení obtékání profilů tekutinou, je učení hodnot rychlosti a tlaku v každém bodě. Při obtékání profilu vzniká okolo něho cirkulace. Tím je splněna podmínka hladkého odtoku, viz vztah (6.29). Na střední čáru profilu se umísťují elementární vírové a zdrojové útvary (zdroje a propady). Rozmístěním zdrojů a propadů na střední čáře lze pak např. modelovat tloušťku profilu. Tyto útvary nazýváme singularitami, odtud tedy vyplývá název této metody. Modelovaná hranice profilu musí být tvořena uzavřenou proudnicí (i uvnitř profilu existuje proudění). Pro zkoumání proudových poměrů je řešený profil umístěn do souřadného systému  $\xi - i\eta$  (konformní zobrazení). Před náběžnou hranou profilu je definován proudový útvar nazývaný paralelní proud, který je charakterizován rychlostí  $v_\infty$ . Výsledné proudové pole je vytvořeno superpozicí proudu o rychlosti  $v_\infty$  a proudění indukovaného singularitami na střední čáře profilu, popsaného rychlostí  $v_{in}$ . K popisu metody singularit je vhodné doplnit 2 kinematické podmínky, které musí být při řešení splněny:

- střední relativní rychlost na střední čáře je k ní tečná
- na elementární ploše profilu je splněna rovnice kontinuity [20].

## 7 UPLATNĚNÉ PŘÍSTUPY NÁVRHU GEOMETRIE LOPATKY INDUCERU

### 7.1 Návrh $p=\text{konst}$ (ER) - dle Eulerovy čerpadlové rovnice

Při návrhu tvaru lopatek induceru s požadavkem na vytvoření konstantního tlakového pole za inducerem se vychází z teorie, uvedené v kapitole 6.1 a 6.2. Následující text uvádí podrobný popis postupu návrhu geometrie lopatky induceru  **$p=\text{konst}$  (ER)**. Konkrétní hodnoty dílčích výpočtů jsou z důvodu přehlednosti zapsány do tabulek uvedených v příloze diplomové práce. Na tyto tabulky a dále i na rozměrnější obrázky, umístěné v příloze, jsou v textu uvedeny odkazy.

#### 7.1.1 Výpočet tlakového zisku a měrné energie induceru

Pro hodnotu tlakového zisku (konstantního po výšce lopatky) je určující maximální hodnota tlakového zisku, dosažitelná na náboji induceru, viz kapitola 4.5 a 6.2. Jinými slovy, při výpočtu bude na všech válcových řezech inducerem (v rozsahu poloměrů  $r_{\min} \div r_{\max}$ ) požadován takový tlakový zisk, jaký je určen na náboji induceru (válcový řez o souřadnici  $r_{\min} = r_{\text{náb}}$ ). Dosazením návrhových parametrů-viz kapitola 5.1, do vztahu (6.14) je tedy určena hodnota tlakové difference:

$$\left. \frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} \right|_{\max} = \frac{\eta_{hi}^2 u_{3náb}^2}{c_m^2} = C = \text{konst}$$

Tímto je splněna podmínka konstantního tlakového zisku ( $p_3 - p_0 = \text{konst}$ ), tj. pole konstantního tlaku za inducerem. Výše uvedený výraz představuje koeficient  $C$  kvadratické rovnice-viz vztah (6.11), pro připomenutí je kvadratická rovnice uvedena i nyní:

$$\underbrace{\frac{1}{\eta_{hi}^2 c_m^2 u_3^2}}_A \cdot Y_i^2 - \underbrace{\frac{2}{c_m^2}}_B \cdot Y_i + \underbrace{\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2}}_C = 0$$

Při pohledu na kvadratickou rovnici je zřejmé, že i koeficient  $B$  je konstantní, tudíž platí:  $B, C \neq f(r)$ . Pouze koeficient  $A$  není konstantní ( $A = f(r)$ ), neboť jeden jeho člen-unášivá rychlost  $u_3$  je závislá na poloměru  $r$ , a to podle vztahu (4.7), zde uvedeného ve tvaru:

$$u_{3i} = \omega \cdot r_i$$

kde: index  $i$  opět vyjadřuje jeden z výpočetních válcových řezů  $\bar{S}_i$ , který je určený svým poloměrem  $r_i$

Jelikož jsou koeficienty  $A, B, C$  kvadratické rovnice známé, respektive je lze dopočítat z návrhových parametrů-viz kapitola 5.1, lze vyjádřit hodnotu měrné energie na dané proudnici  $i$  (válcové ploše) pomocí vztahu:

$$Y_i = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (7.1)$$



Pozn.: obecným řešením výše uvedené kvadratické rovnice podle (7.1) získáváme 2 kořeny řešení  $Y_{1i}$  a  $Y_{2i}$ . Správný kořen  $Y_i$  získáme při uvažování znaménka mínus (náhrada znaménka  $\pm$  znaménkem  $-$ ) v rovnici (7.1). Obecně lze říci, že při požadavku konstantního tlakového pole za inducerem, by měla hodnota měrné energie  $Y_i$  na jednotlivých válcových řezech ve směru od náboje k perimetru ok induceru klesat.

Hodnoty veličiny  $u_3$ ,  $Y$  na jednotlivých výpočetních válcových plochách jsou uvedeny v příloze práce, tab. 14. 1.

### 7.1.2 Výpočet vstupního/výstupního úhlu lopatky induceru

Situace znázorňující rozložení rychlostí v prostoru vstupní a výstupní hrany lopatky induceru je zachycena na obr. 5. 2. Úhel vstupní hrany lopatky  $\beta_0$  pak lze definovat jako:

$$\tan \beta_0 = \frac{c_0}{u_0} = \frac{c_m}{u_0} \Rightarrow \beta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{c_m}{u_0} \right) \quad (7.2)$$

Téměř analogicky lze pro úhel výstupní hrany lopatky  $\beta_3$  psát:

$$\tan \beta_3 = \frac{c_3}{u_3 - c_{u3}} = \frac{c_m}{u_3 - c_{u3}} \Rightarrow \beta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{c_m}{u_3 - c_{u3}} \right) \quad (7.3)$$

kde za dosud neurčenou unášivou složku absolutní rychlosti  $c_{u3}$  je dosazeno ze vztahu (6.3), neboť hodnota měrné energie  $Y_i$  je již známa, je určena dle postupu v předcházející kapitole 7.1.1. Pro úplnost je znovu uveden vztah pro určení  $c_{u3}$ , platí:

$$c_{u3} = \frac{Y_i}{\eta_{hi} u_3}$$

Konkrétní hodnoty veličin  $\beta_0$ ,  $\beta_3$  na jednotlivých výpočetních válcových plochách jsou opět uvedeny v příloze, tab. 14. 1.

### 7.1.3 Určení tvaru střední čáry profilu lopatky

Návrh tvaru střední čáry profilu lopatky induceru je proveden metodou založenou na *kvadratické změně úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$*  v konformního zobrazení. Tato problematika je již dostatečně popsána v jedné z předcházejících kapitol práce-viz kapitola 6.5.1. Na tomto místě bude uveden popis začlenění zmíněné teorie do samotného návrhu geometrie lopatky induceru.

Pro jednoduchost a snadnou představu je postup návrhu tvaru střední čáry ukázán na jedné válcové proudové (výpočtové) ploše  $\bar{S}_i$ , která je obecně definována poloměrem  $r_i$ . Tento problém je zachycen na obr. 5. 1. Postup výpočtu je na ostatních (výpočtových) válcových plochách zcela identický. V následujících vztazích je tedy indexem  $i$  u veličin naznačeno, že se vztahují právě k určité výpočtové ploše  $\bar{S}_i$ .

V prvním kroku návrhu je určena skutečná hloubka lopatkové mříže  $L_i$  s využitím vztahu (5.4), podle něhož pro  $L_i$  platí:

$$L_i = L_{max} - \Delta L_i$$

kde:  $\Delta L_i = f(\gamma)$  a hodnota maximální hloubky lopatkové mříže  $L_{max}$  je společně s úhlem sklonu vstupní hrany lopatky  $\gamma$  známým parametrem zadání-viz tab. 5. 2.



Je-li známa hodnota doplňku hloubky lopatkové mříže  $\Delta L_i$ , kterou je možné vyjádřit ve tvaru:

$$\Delta L_i = \frac{\Delta r_i}{\operatorname{tg} \gamma} = \frac{r_i - r_{náb}}{\operatorname{tg} \gamma} \quad (7.4)$$

je možné určit i souřadnici vstupní hrany lopatky  $x_{1i}$  pro kterou platí:

$$x_{1i} = \Delta L_i \quad (7.5)$$

Pro souřadnici výstupní hrany lopatky  $x_{2i}$  platí:

$$x_{2i} = \operatorname{konst} = L_{max} \quad (7.6)$$

Konstantu mříže  $a_i$  je možné určit dle vztahu (6.36), který má tvar:

$$a_i = \frac{1}{r_i} (x_{2i} - x_{1i})$$

Hodnota konstanty  $h$  konformního zobrazení je zvolena takto:

$$h = 200 \quad (7.7)$$

Souřadnice konformního zobrazení  $\xi$  jsou určeny dle vztahu (6.35), zde uvedeného jako:

$$\xi = h \cdot \frac{x_i - x_{1i}}{x_{2i} - x_{1i}} - \frac{h}{2}$$

je-li uvažováno, že proměnná  $x$  se mění v intervalu  $(x_{1i} \div x_{2i})$ . Tento interval je na každé proudové válcové ploše rozdělen shodně do **20-ti** dílků, zapsáno:

$$j = 20 \quad (7.8)$$

což znamená, že velikost jednoho dílku  $\Delta x$  je dána jako:

$$\Delta x = \frac{x_{2i} - x_{1i}}{20} \quad (7.9)$$

a proměnná  $x$  (souřadnice  $x$ ) potom pro řešení nabývá diskrétních hodnot:

$$x_i = x_{1i} + j \cdot \Delta x; \quad j = 0, 1, \dots, 19, 20 \quad (7.10)$$

Souřadnice konformního zobrazení  $\xi$  rovněž nabývá diskrétních hodnot v řadě:

$$\xi = -100; -90; \dots; -10; 0; 10; \dots; 90; 100 \quad (7.11)$$

Volbou stejného úhlu opásání  $\varphi_{max} = 270^\circ$  na všech proudových výpočtových plochách je dosaženo toho, že výstupní hrana lopatky má tvar přímky kolmé na osu rotace ok, jak je možné vidět např. na obr. 14. 3 v příloze práce. Ze známého úhlu opásání  $\varphi_{max}$  je možné určit hodnotu souřadnice  $\eta_{max,i}$  konformního zobrazení podle vztahu (6.49), který má tvar:

$$\eta_{max,i} = \frac{h}{a_i} \cdot \varphi_{max}$$

Iteračním výpočtem-např. využitím funkce „Řešitel“ v programu Microsoft Excel je možné získat hodnotu konstanty  $k_{2i}$ , která se vyskytuje v integrálu ve vztahu (6.48), tento vztah má podobu:

$$\eta_{max,i} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \operatorname{tg} \left[ \overline{\beta}_{1i} + \left( \frac{\overline{\beta}_{2i} - \overline{\beta}_{1i}}{h} - k_{2i} \cdot h \right) \left( \xi + \frac{h}{2} \right) + k_{2i} \left( \xi + \frac{h}{2} \right)^2 \right] \cdot d\xi$$

Jakmile je určena konstanta  $k_{2i}$ , je možné určit hodnotu integrálu v nových mezích. Hodnota spodní meze je nadále předpokládána stejná, tj.  $\xi_1 = -\frac{h}{2}$ . Pokud jsou do horní meze integrálu  $\xi_2$  postupně dosazovány hodnoty  $\xi$  z řady ve výrazu (7.11), určité hodnotě souřadnice  $\xi$  a tedy i hodnotě souřadnice  $x$  (viz vztah (6.37)) potom odpovídá určitá hodnota souřadnice  $\eta_i$ . Tento integrál lze zapsat jako:

$$\eta_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\xi_2} tg \left[ \overline{\beta_{1i}} + \left( \frac{\overline{\beta_{2i}} - \overline{\beta_{1i}}}{h} - k_{2i} \cdot h \right) \left( \xi + \frac{h}{2} \right) + k_{2i} \left( \xi + \frac{h}{2} \right)^2 \right] \cdot d\xi \quad (7.12)$$

Pozn.: při dosazení za  $\xi_2 = 100 = \frac{h}{2}$  přechází výraz (7.12) přímo ve výraz (6.48).

Hodnoty základních parametrů konformního zobrazení včetně určené konstanty  $k_2$  jsou uvedeny v příloze na konci práce, tab. 14. 2.

Celkem tedy 21 hodnotám souřadnice  $x_i$  na dané proudové výpočtové ploše,  $x_i = \langle x_{1i}; x_{2i} \rangle$  viz vztah (7.10), odpovídá 21 hodnot souřadnice  $\eta_i$ . Každou hodnotu souřadnice  $\eta_i$  lze převést na odpovídající úhel opásání  $\varphi_i$  dle vztahu (6.38), který má tvar:

$$\varphi_i = \frac{a}{h} \cdot \eta_i$$

Uplatněním převodních vztahů (6.39) a (6.40) se získají hodnoty bodů popisující střední čáru profilu na dané proudové ploše  $i$  vyjádřených v kartézském souřadném systému. Tyto souřadnice jsou dány následovně:

$$\begin{aligned} x_i & \\ y_i &= r_i \cdot \sin \varphi_i \\ z_i &= r_i \cdot \cos \varphi_i \end{aligned}$$

Lze říci, že tímto je návrh základního tvaru geometrie lopatky induceru dokončen, neboť výše popsáním postupem jsou nyní určeny body (o souřadnicích  $x, y, z$ ), které jednoznačně definují plochu-tvar lopatky. Modelování tloušťky lopatky a úprava její vstupní a odtokové hrany je náplní následující kapitoly.

V tištěné příloze práce jsou uvedeny souřadnice bodů  $(x, y, z)$  pouze na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech  $r_{min}, r_{stř}$  a  $r_{max}$ , viz tab. 14. 3. Kompletní výpočet geometrie lopatky, tj. bodů středních čar lopatky na všech 11-ti výpočtových válcových plochách je zpracován v programu **Microsoft Excel 2007** (studentská licence) a je dostupný v elektronické příloze práce.

#### 7.1.4 Tvorba 3D modelu lopatky-Autodesk Inventor

K tvorbě modelu je využit program **Autodesk Inventor Professional 2011** (studentská verze). Prvním krokem je export bodů středních čar určených výpočtem a proložení odpovídajících si bodů na jednotlivých proudových válcových plochách vhodnou křivkou (splajnem). Šablonováním těchto křivek již vznikne plocha lopatky-respektive lopatka „nulové“ tloušťky.

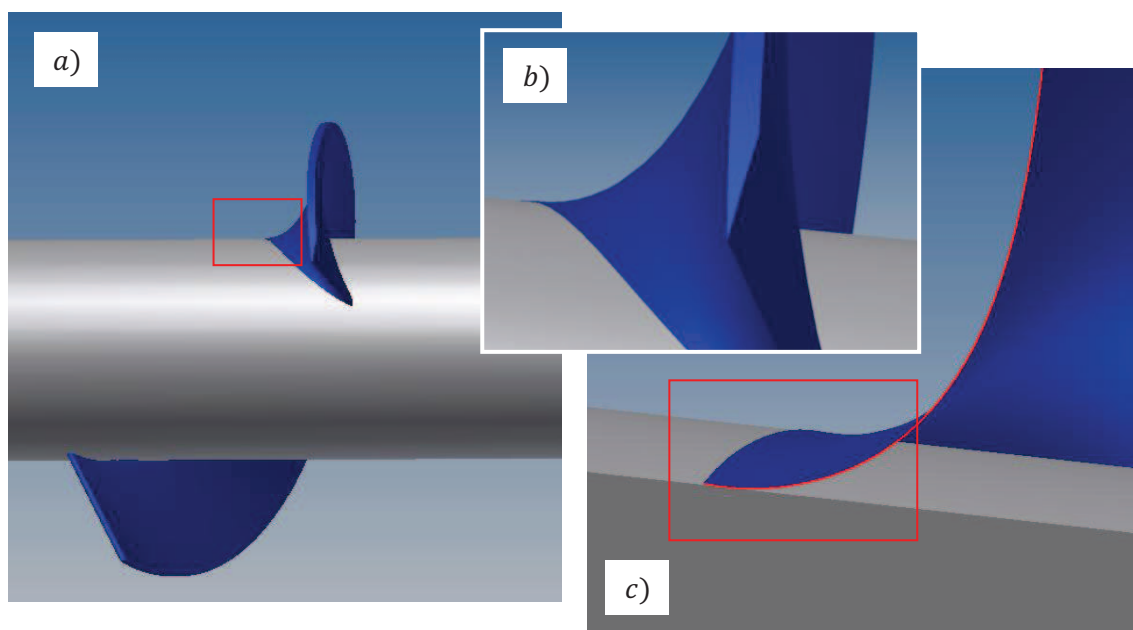
Tloušťka lopatky je modelována vysunutím šablonované plochy a to symetricky od této plochy, tzn. na obě strany o stejnou vzdálenost, jenž odpovídá polovině tloušťky lopatky. Směr vysunutí respektuje směr normálového vektoru šablonované plochy. Tělo lopatky je jako prvek rotováno okolo osy rotace induceru k vytvoření odpovídajícího

počtu lopatek stroje. Délka náboje ok induceru je modelována s přihlédnutím k rozměrům tzv. „nátokové“ a „ustalovací“ části, které figurují u pozdějšího CFD výpočtu.

Obrázky 3D modelu ok induceru se dvěma lopatkami navrženého dle přístupu **p=konst (ER)** jsou uvedeny v příloze práce-viz obr. 14. 1, obr. 14. 2, obr. 14. 3.

#### 7.1.4.1 Úprava tvaru lopatky v oblasti jejího napojení k náboji

Při návrhu geometrie dle přístupu **p=konst (ER)** se v blízkosti náboje lopatka výrazně prohýbá. Plocha lopatky se blíží k povrchu náboje-válcové ploše téměř v tečném směru, viz obr. 7. 1a, b. Na tlačné straně lopatky v místě jejího napojení k náboji tak vzniká problematické místo z pohledu následujícího CFD výpočtu-obr. 7. 1c. V takto vzniklé tenké a pomalu se zužující kapalinové mezeře není možné vytvořit výpočetní síť dostatečné kvality, která je podmínkou dobré konvergence a zároveň i důvěryhodnosti výsledků vlastního výpočtu.

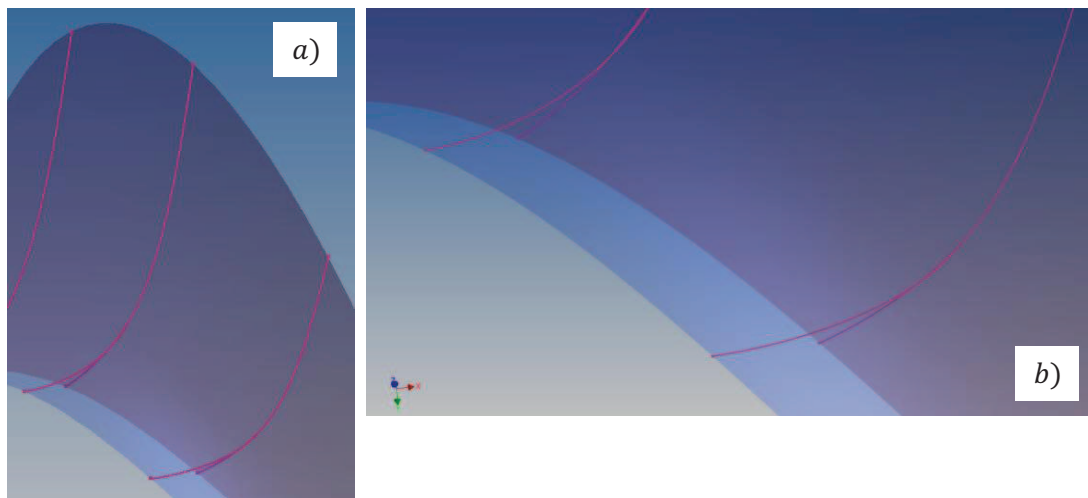


Obr. 7. 1 Deformace lopatky v blízkosti jeho náboje-návrh dle **p=konst (ER)**

- a) pohled na lopatku induceru-lokalizace kritického místa ( $\varphi \approx 0,75 \cdot \varphi_{max}$ )
- b) detail kritického místa-nejmenší úhel přibližujících se ploch lopatky a náboje
- c) detail prostoru pro kapalinu na sací straně lopatky v místě napojení, který má být modelován výpočetní sítí

Tvar lopatky v místě napojení k náboji je proto upraven. Střední čára profilu určená výpočtem na válcové ploše o poloměru  $r_{min}$  (tj. na náboji) není při šablonování plochy lopatky uvažována. Plocha lopatky tedy nedosahuje až k náboji. K náboji je tudíž uměle prodloužena využitím nástroje „*Prodloužit povrch*“ v prostředí programu Autodesk Inventor 2011. Prodloužená část plochy lopatky již není tolik zakřivená, neboť sleduje trend křivky procházející body, které jsou vzdáleny dál od náboje. Výhodou tohoto přístupu je skutečnost, že tvar lopatky se mimo tento malý úsek náhrady napojení vůbec nezměnil. Srovnání původní originální geometrie lopatky a geometrie s náhradou části napojení je uveden na obr. 7. 2. Lze předpokládat, že vzhledem k rozsahu provedené změny geometrie, nebude mít tato úprava významný vliv na hodnoty výsledků ověřujícího CFD výpočtu. K tomuto předpokladu přispívá i to, že tato jediná změna

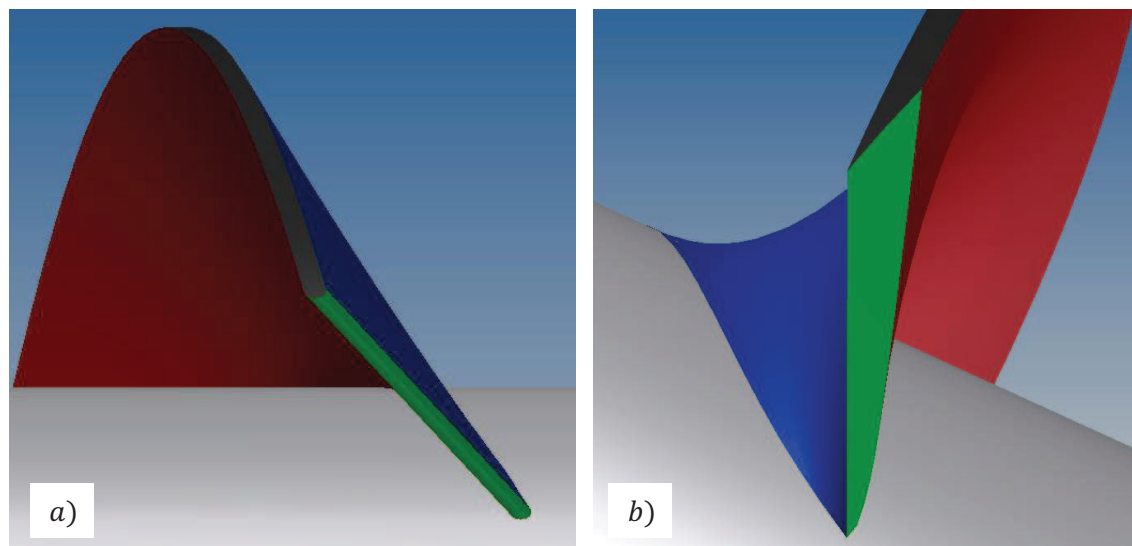
geometrie lopatky je právě v blízkosti náboje ( $r_{min}$ ), a tedy v místě které nemá až takový vliv na hydraulické vlastnosti ok induceru jako celku.



Obr. 7. 2 Srovnání originální a upravené geometrie lopatky  
a) změna tvaru plochy zasahuje pouze přibližně do 10-ti % výšky lopatky  
b) detailní pohled na nahrazenou část geometrie v místě napojení lopatky a náboje

#### 7.1.4.2 Úprava náběžné a odtokové hrany

Významnou částí konstrukčního návrhu hydraulických strojů je úprava-tvar náběžné a odtokové hrany lopatky. Náběžné-vstupní hrany lopatek ok induceru jsou upraveny zaoblením-viz obr. 7. 3a. Odtokové-výstupní hrany jsou z důvodu potlačení nežádoucího víření kapaliny, které se často objevuje právě za odtokovou hranou, upravené sražením. Tato úprava v tomto případě spočívá v oříznutí konce lopatky podle roviny kolmé na osu rotace. Úprava odtokové hrany je zřejmá z obr. 7. 3b. Při obtékání takto upraveného konce lopatky kapalina opouští povrch na ostré hraně.



Obr. 7. 3 Úprava náběžné a odtokové hrany lopatky  
a) náběžná hrana je zaoblena  
b) odtoková hrana-seříznutí konce lopatky rovinou  $x = konst$  ( $x$ -osa rotace induceru)  
(sací strana lopatky je naznačena modře, tlaková strana červeně, úpravy hran zeleně)

## 7.2 Návrh $Y=\text{konst}$ (ER) - dle Eulerovy čerpadlové rovnice

Při navrhování geometrie lopatky induceru nyní s požadavkem zisku pole konstantní měrné energie  $Y$  za inducerem je postupováno téměř zcela podobně jako v předchozím případě-návrh  $p=\text{konst}$  (ER).

Jedinou avšak zásadní odlišností je vyjádření měrné energie  $Y_i$  na jednotlivých výpočetních válcových plochách-zde bude měrná energie po výšce lopatky konstantní a tudíž musí být proměnný tlakový zisk  $p_3 - p_0$ .

Aby bylo možné oba přístupy ( $p=\text{konst}$  (ER),  $Y=\text{konst}$  (ER)) vzájemně lépe srovnat, opět se při návrhu vychází z hodnot veličin, které se vztahují k náboji induceru. Jako vstupní hodnota výpočtu měrné energie  $Y_i$  při návrhu podle přístupu  **$Y=\text{konst}$  (ER)** je využita hodnota  $Y_i$  z předchozího návrhu  $p=\text{konst}$  (ER). Čili, u obou přístupů jsou na náboji totožné hodnoty měrné energie  $Y_i$  ale i tlakového zisku, vyjádřeného např. v bezrozměrných jednotkách pomocí koeficientu  $C$  kvadratické rovnice-viz vztah (6.11). Má-li být tedy za inducerem pole konstantní měrné energie, má potom měrná energie  $Y_i$  stejnou hodnotu na jednotlivých válcových plochách.

Objektivní srovnání obou přístupů lze učinit na základě porovnání hodnot měrné energie  $Y_i$  v odpovídajících tabulkách v příloze práce, tab. 14. 1 a tab. 14. 4.

Je-li tedy známa měrná energie  $Y_i$  na jednotlivých válcových plochách (v tomto případě  $Y_i = \text{konst}$ ), lze na nich dopočítat i očekávaný tlakový zisk a to vyjádřením člene  $p_3 - p_0$  z kvadratické rovnice-vztah (6.11). Po úpravě je možné tlakový zisk vyjádřit ve tvaru:

$$p_3 - p_0 = -\frac{\rho}{2 \eta_{hi}^2 u_3^2} \cdot Y_i^2 + Y_i \cdot \rho \quad (7.13)$$

Dále již je postup návrhu geometrie zcela totožný jako v předchozím případě, tj. při návrhu  $p=\text{konst}$  (ER). Ze známé hodnoty měrné energie  $Y_i$ , konstantní po průřezu ( $Y_i = Y$ ), je opět určena rychlost  $c_{u3}$  potřebná k určení úhlu výstupní hrany lopatky  $\beta_3$ . Analogicky je dopočítán i úhel vstupní hrany lopatky  $\beta_0$  (je stejný jako v předchozím případě). Tyto veličiny jsou uvedeny v příloze práce, viz tab. 14. 4.

Analogicky vypočítané hodnoty základních parametrů konformního zobrazení včetně konstanty  $k_2$  jsou uvedeny v příloze na konci práce, tab. 14. 5. V příloze práce jsou rovněž uvedeny souřadnice bodů  $(x, y, z)$ , definující tvar lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$ , viz tab. 14. 6.

Na základě srovnání tvarů lopatek navrhovaných dle přístupu  **$p=\text{konst}$  (ER)** a  **$Y=\text{konst}$  (ER)** lze konstatovat, že lopatky jsou si nad očekávání poměrně podobné. Ostatně obrázky 3D modelu lopatky navržené dle  $Y=\text{konst}$  (ER) jsou rovněž uvedeny v tištěné příloze práce-viz obr. 14. 4, obr. 14. 5, obr. 14. 6. Názornou a objektivnější možnost srovnání tvaru střední čáry profilu lopatky, určené dle obou přístupů na válcových řezech o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$  v konformním zobrazení přináší graf 14. 1, který je rovněž uveden v příloze práce.

Avšak na rozdíl od předchozího případu, tvar lopatky v blízkosti náboje u přístupu  $Y=\text{konst}$  (ER) není tolik deformovaný. Proto je přímo geometrie, vycházející z výpočtu, vhodným podkladem k tvorbě 3D modelu ok induceru, respektive k modelování okolní kapaliny CFD výpočtem.



### 7.3 Návrh p-konst (SNG) - metodou singularit

V následujícím výkladu postupu při navrhování tvaru lopatky s požadavkem  $p=\text{konst}$  pomocí metody singularit je kladen největší důraz na srovnání tohoto návrhu s návrhy založenými na Eulerově čerpadlové rovnici, viz předchozí kapitoly 7.1 a 7.2. Stručná charakteristika metody singularit je náplní kapitoly 6.6. Podrobný popis této metody i s jejím odvozením je možné nalézt v literatuře-např. [20]

Oproti předchozímu návrhu  $p=\text{konst}$  (ER) je při návrhu metodou singularit možné zohlednit hustotu lopatkové mříže. Připomeňme, že Eulerova čerpadlová rovnice je uvažována pro nekonečný počet lopatek. Oproti tomu, úlohou této práce je návrh ok induceru s počtem lopat  $z = 2$ . Jak i dále uvedené výsledky výpočtu ok induceru pomocí CFD ukazují, pro návrh oběžných kola induceru s velmi nízkým počtem lopatek, tj. s velmi řídkou lopatkovou mříží, nemusí být přístup řešení založený na Eulerově čerpadlové rovnici vhodný.

Naopak jako vhodné řešení této situace se jeví přístup návrhu založený na metodě singularit, kde je možné počet lopatek uvažovat. Respektive počet lopatek je již jedním z návrhových parametrů. Určitou nevýhodou metody singularit je, že neuvažuje disipaci energie, neboť je založena na teorii potenciálního (nevířivého) proudění.

Samotný návrh je prováděn s podporou sw založeného na metodě singularit a to iteračním způsobem. Ověřovacímu výpočtu v CFD byla podrobena konečná varianta tvaru geometrie.

#### 7.3.1 Výpočet na 3 proudových plochách

Z důvodu časové náročnosti iteračního výpočtu metodou singularit i při využití výpočetní techniky, je návrh geometrie řešen pouze na hlavních výpočtových válcových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$ .

#### 7.3.2 Model lineární změny úhlu $\bar{\beta}$ na souřadnici $\xi$

U toho přístupu řešení  $p=\text{konst}$  (SNG) je využita metoda lineární změny úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$  tak, jak je popsána kapitolou 6.5.1.2. Singularitní výpočet totiž ukazuje, že požadovaná hodnota úhlu opásání  $\varphi = 270^\circ$  -viz tab. 5. 2, je příliš velká. Snahou tedy je lopatku zkrátit. Z toho důvodu je pro další určení tvaru střední čáry profilu (tvaru lopatky) uvažována metoda lineární změny úhlu  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$ , který délku lopatky přímo přizpůsobuje proudovým poměrům na dané válcové ploše.

Při použití této metody vycházejí na jednotlivých válcových plochách hodnoty úhlu opásání  $\varphi$  obecně různé. Náběžná a odtoková hrana lopatky již tedy nemůže mít zároveň tvar přímky.

#### 7.3.3 Význam hodnoty tlakového zisku

V prvním kroku návrhu geometrie lopatky ok induceru přístupem  $p=\text{konst}$  (SNG) je uvažována tatáž hodnota tlakového zisku, která je odvozena dříve uvedeným přístupem  $p=\text{konst}$  (ER). V bezrozměrných jednotkách je tento tlakový zisk, dle vztahu (6.14), určen hodnotou, tab. 14. 1:

$$\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} = \frac{\eta_{hi}^2 u_{3náb}^2}{c_m^2} \doteq 2,576$$

Singularitním výpočtem je zjištěno, že pro výše uvedenou hodnotu tlakového zisku (pro hodnotu 2,576) dochází k nechtěnému přetáčení tvaru střední čáry profilu v blízkosti náboje. Tato deformace samozřejmě nevhodně ovlivňuje rychlostní poměry v této oblasti (přetáčí se i vektory rychlosti). Závěr plynoucí z tohoto zjištění je ten, že požadovaný tlakový zisk je zřejmě příliš velký a není ho možné dosáhnout na nižších poloměrech lopatky, aniž by se zde lopatka deformovala nežádoucím způsobem. Následujícím a logickým krokem návrhu je snížení hodnoty požadovaného tlakového zisku.

Iteračním výpočtem metodou singularit je nalezena nová-vhodná hodnota tlakového zisku, při které je již tvar lopatky korektní. Tato hodnota tlakového zisku má velikost:

$$\frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} = 2,2 \quad (7.14)$$

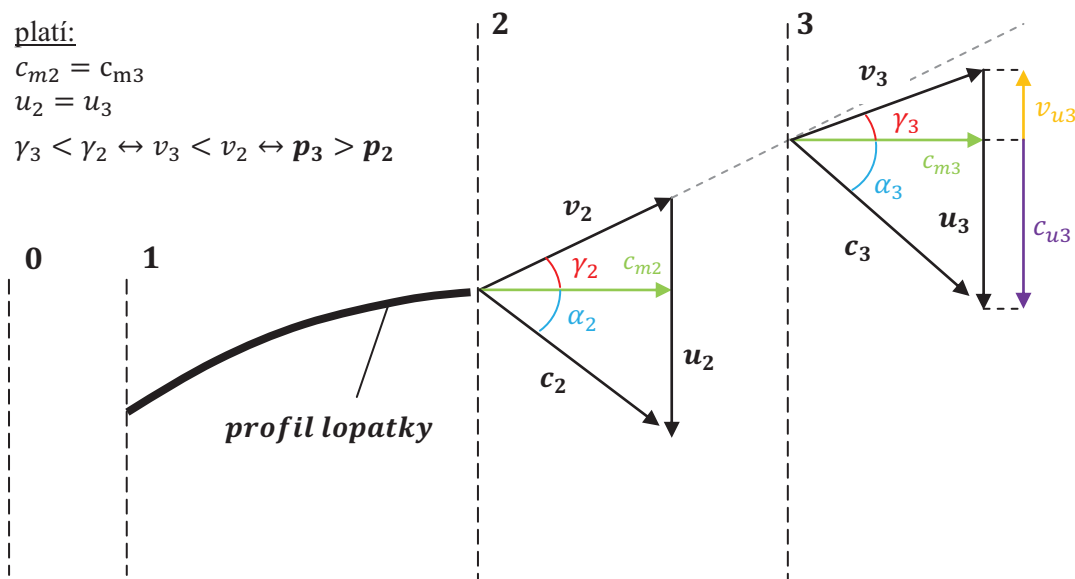
### 7.3.4 Detailní rozbor proudění

Následující podrobný rozbor řešení proudění vychází ze situace na obr. 7. 4, který zobrazuje rozvinutý válcový řez inducerem na poloměru  $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$ .

Hodnota, uvedená vztahem (7.14) vyjadřuje tlakový zisk mezi body 0 – 3, přičemž bod 3 je v určité vzdálenosti  $\Delta x = 22,5 \text{ mm}$  za odtokovou hranou lopatky. Vypočtený tlakový zisk na konci lopatky (metodou singularit), tj. tlakový zisk mezi body 0 – 2 má velikost.

$$\frac{p_2 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2} = 1,96308 \quad (7.15)$$

Mezi body 2 – 3 tedy musí bezpodmínečně dojít ještě k určitému nárůstu tlaku. Důkaz tohoto tvrzení lze provést následujícím způsobem. Vycházejme ze známých hodnot, které jsou určeny singularitním výpočtem a situace uvedené na obr. 7. 4.



Obr. 7. 4 Rozbor proudění za odtokovou hranou lopatky



Předpokládáme, že v obou bodech (2 a 3) jsou stejné hodnoty unášivé rychlosti  $u_2 = u_3$  a rovněž i stejné hodnoty meridiální složky absolutní rychlosti  $c_{m2} = c_{m3}$ , pro které je s využitím rov. (4.7) a tab. 5. 1 možné psát:

$$u_2 = u_3 = \omega \cdot r_{stř} = 35,57539 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (7.16)$$

$$c_{m2} = c_{m3} = c_m = 10,93609 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Pro novou (vhodnou) hodnotu tlakového zisku-viz (7.14), je singularitním výpočtem určena velikost relativní rychlosti  $v_2$  na odtokové hraně lopatky (bod 2 na obrázku):

$$v_2 = 32,42276 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (7.17)$$

V tomto bodě (bod 2) je rovněž známý i úhel  $\gamma_2$ , který je jednoznačně určený geometrií lopatky. Tento úhel  $\gamma_2$  má velikost:

$$\gamma_2 = 68,69906^\circ \quad (7.18)$$

V bodě 3 (viz obr. výše) je z cirkulace kolem profilu určen směr absolutní rychlosti  $c_3$ , tzn. je určena velikost úhlu  $\alpha_3$ :

$$\alpha_3 = 26,68391^\circ \quad (7.19)$$

V bodě 3 je hlavním cílem určit relativní rychlost  $v_3$ . Rychlost  $v_3$  je možné vyjádřit z rychlostního trojúhelníku při uplatnění známých hodnot: úhel  $\alpha_3$ , rychlost  $c_{m3}$  a  $u_3$ . Rychlost  $v_3$  je určena následujícím postupem:

$$\text{tg } \alpha_3 = \frac{c_{u3}}{c_{m3}} \rightarrow c_{u3} = c_{m3} \cdot \text{tg } \alpha_3 = 5,49642 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{u3} = u_3 - c_{u3} = 30,07897 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_3^2 = c_{m3}^2 + v_{u3}^2 \rightarrow v_3 = \sqrt{c_{m3}^2 + v_{u3}^2} = 32,00528 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (7.20)$$

Nyní pomocí Bernoulliho rovnice pro rotující kanál [10], mezi body 2 – 3 platí:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} - \frac{u_3^2}{2} \quad (7.21)$$

která se při uvažování rovnosti  $u_2 = u_3$  zjednoduší do tvaru:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} \quad (7.22)$$

Z výše uvedené rovnice je tedy zřejmé, že pokud je  $v_3 < v_2$ , což je dáno výrazy (7.17) a (7.20), tak musí platit že  $p_3 > p_2$ . Tímto je dokázáno, že tlak je v bodě 3 za odtokovou hranou lopatky o něco vyšší než přímo na konci lopatky bod 2. Tato skutečnost je dána deviací proudu a nevyrovnaným rychlostním polem v rovině odtokové hrany lopatky ( $x = 200 \text{ mm}$ ).

Podělením Bernoulliho rovnice pro rotující kanál-viz vztah (7.22), výrazem  $\frac{c_m^2}{2}$  a její další úpravou lze odvodit vztah:

$$\underbrace{\frac{p_3}{\frac{\rho}{2} c_m^2}}_{\Delta p_3} = \underbrace{\frac{p_2}{\frac{\rho}{2} c_m^2}}_{\Delta p_2} + \frac{v_2^2 - v_3^2}{c_m^2}$$

$$\Delta p_3 = \Delta p_2 + \frac{v_2^2 - v_3^2}{c_m^2} \quad (7.23)$$

Výše odvozený vztah popisuje tlakový zisk v bodě 3, jako součet tlakového zisku v bodě 2 a přírůstku tlaku mezi body 2 – 3, který je vyjádřen pomocí relativních rychlostí  $v_2$  a  $v_3$  v těchto bodech. Dosadíme li v tomto vztahu za člen  $\Delta p_2$  hodnotu z výrazu (7.15), a za rychlosti  $v_2$ ,  $v_3$  a  $c_m$  jejich odpovídající hodnoty, dostáváme:

$$\Delta p_3 = 1,96308 + 0,224865 = 2,18794 \doteq 2,19 \quad (7.24)$$

Ze srovnání této hodnoty  $\Delta p_3 = 2,19$  s hodnotou tlakového zisku určenou z výrazu (7.14), je zřejmá jejich vzájemná shoda:

$$\Delta p_3 = 2,19 \approx 2,2 = \frac{p_3 - p_0}{\frac{\rho}{2} c_m^2}$$

Na základě této shody je možné učinit závěr, že hodnota tlakového zisku v bodě 2, jenž je dána vztahem (7.15), je metodou singularit určena správně.

Pozn.: Je nutné upozornit, že při výpočtu tlakové zisku je uvažována i hydraulická účinnost  $\eta_h$ . Ačkoli se jedná o singularitní metodu řešení, předpokládající potenciální (nevířivé) proudění, je možné určitým způsobem vliv hydraulických ztrát do výpočtu zahrnout. Hydraulické ztráty jsou do výpočtu uměle (nepřímo) zavedeny. Jejich zohlednění se projeví nižšími hodnotami tlakového zisku po délce lopaty.

Průběh tlakového zisku, po délce lopaty induceru se dvěma lopatkami ( $z = 2$ ) na středním poloměru ( $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$ ) a s uvažováním hydraulické účinnosti  $\eta_h = 0,75$  je uveden na obr. 14. 10 v příloze práce.

### 7.3.5 Souřadnice bodů geometrie lopatky

Výpočtem metodou singularit jsou pro požadovaný tlakový zisk  $\Delta p_3 = 2,2$  získány souřadnice bodů popisující geometrii lopatky ve válcových souřadnicích  $x, r, \varphi$ . Z válcového souřadného systému jsou body přepočítány do kartézského souřadného systému, hodnoty souřadnic  $x, y, z$  jsou uvedeny v příloze práce, tab. 14. 7.

Další postup, tzn. vytváření 3D modelu ok induceru, apod. je při známé geometrii lopatky výše odvozené, zcela analogický s předchozími návrhy. Obrázky modelu ok induceru s geometrií lopatky odvozenou dle **p=konst (SNG)** jsou uvedeny v příloze práce-viz obr. 14. 7, obr. 14. 8, obr. 14. 9.

## 8 VÝPOČET CFD

Touto kapitolou je souhrnně popsán výpočet ok induceru pomocí CFD (Computational Fluid Dynamics), jenž má přinést určité srovnání parametrů navrhovaných s parametry, které by byli za splnění určitých podmínek přibližně dosaženy i na měřeném reálném díle. Jde tedy o jakési vůbec první možné ověření dílčích návrhových přístupů v rámci procesu konstrukce ok induceru.

Stručně je zmíněna i problematika vlastní tvorby výpočetní domény, tj. sestavení modelu objemu kapaliny, ve kterém jsou sledovány proudové poměry a přístup k dekompozici domény. Nejsou opomenuty ani použité zásady tvorby výpočetní sítě spolu s okrajovými podmínkami. Následuje charakteristika nastavení výpočtu a postup vyhodnocení.

### 8.1 Příprava základní geometrie výpočetní domény

V řadě případů může být jednoznačně výhodnější připravit si geometrii výpočtového modelu v modelovacích sw s lepšími možnostmi tvorby geometrie, než v sw určených přednostně pro tvorbu výpočetní sítě. V prostředí programu **Autodesk Inventor Professional 2001** (studentská verze) je zčásti předpřipravena i výpočetní doména ve tvaru jakého si negativu těla ok induceru-viz. obr. 14. 11 v příloze práce. Jinými slovy, do programu Gambit, zabývající se přednostně tvorbou výpočetní sítě, je exportován soubor (\*.sat) obsahující objem kapaliny spolu s dalšími pomocnými prvky. K těmto prvkům patří např. plochy obálky lopatky-viz obr. 14. 12 v příloze práce. Těchto prvků je využito k dekompozici objemu okolo lopatky, umožňující vhodnější řešení mezní vrstvy lopatky.

Obecně veškeré tvarově složitější plochy, použité pro budoucí dekompozici modelu objemu v programu Gambit, jsou vzhledem k jeho v určitém směru omezeným možnostem tvorby geometrie vytvořeny již v programu Inventor, a následně do něj importovány jako již hotové. Tento přístup je využitý např. i v případě tvorby obecné plochy pro periodickou okrajovou podmínku, viz dále.

### 8.2 Tvorba výpočetní sítě - Gambit 2.4.6

Konečná rozměrová úprava výpočetní domény, dekompozice, tvorba výpočetní sítě a definování okrajových podmínek je provedeno v prostředí programu **Gambit 2.4.6** (školní licence).

Rotační symetrie ok induceru umožňuje zjednodušené řešení, tj. prakticky pouze na poloviční výpočetní doméně (při počtu lopatek  $z = 2$ ). Podmínkou tohoto zjednodušení je existence tzv. periodických ploch-takových ploch, které rozdělují celou výpočetní doména na dva zcela identické díly. Délka tzv. „nátokové“ části, tedy objemu kapaliny před lopatkou je zvolena na rozměr přibližně odpovídající  $2 \cdot D_{per}$ , kde  $D_{per}$  značí průměr ok induceru. Úkolem této části je vytvoření rovnoměrného rychlostního pole proudu kapaliny, který pak vstupuje do mezilopatkových kanálů ok induceru. Délka tzv. „ustalovací“ části za ok induceru má rozměr  $3 \cdot D_{per}$ . Výstupní okrajová podmínka by tak neměla mít vliv na proudění za ok, kde jsou posléze vyhodnocovány požadované veličiny.

Možný náhled na dekompozici rotujícího objemu kapaliny, (tj. objem kapaliny v mezilopátkovém prostoru, označený jako objem *ROTOR*-viz obr. 8. 1) a dekompozici mezní vrstvy u lopatky je uveden v příloze práce-viz obr. 14. 13, obr. 14. 14.

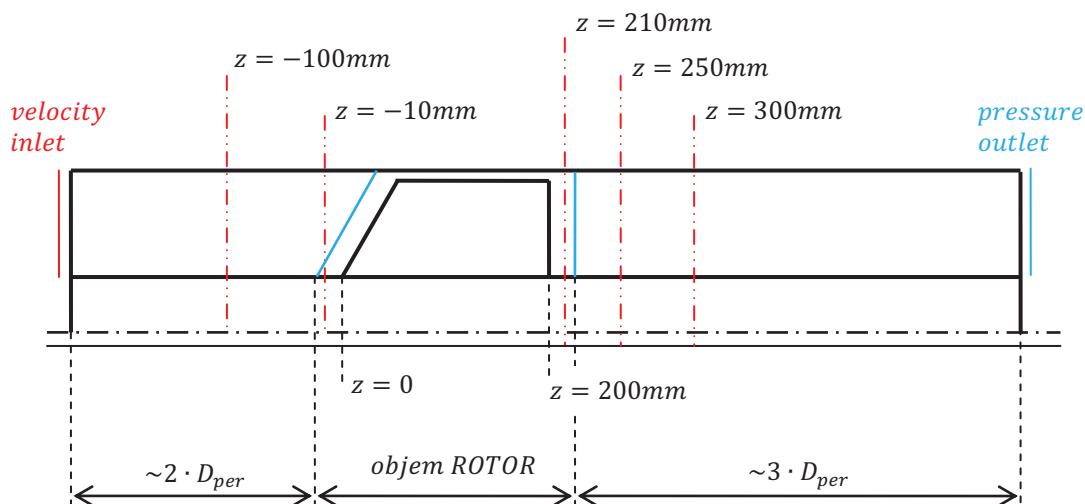
Tvorba výpočetní sítě je uskutečněna s ohledem na předpokládaný průběh veličin. Rozložení a velikost buněk je přizpůsobeno tak, aby byl zaručen dostatečně přesný popis chování proudící kapaliny v blízkosti obtékaného povrchu, tzn. v mezní vrstvě. Mezní vrstva lopatky induceru je modelována pomocí prvků HEXA a jejich huštěním směrem k povrchu lopatky. Rovněž i objemy nátokové a ustalovací části jsou tvořeny prvky HEXA. Prostor mezi nátokovou a ustalovací částí okolo mezní vrstvy lopatky je modelován využitím TETRA prvků. V případě návrhu induceru dle přístupu p-konst (SNG) je kompletní výpočetní síť modelována pomocí HEXA prvků. Výpočetní sítě jsou přístupné v elektronické příloze diplomové práce.

Velikost výpočetní domény z pohledu počtu prvku je pro jednotlivé návrhy v rozsahu:  $\sim(3,6 \div 4,5) \cdot 10^6$  prvků (buněk).

Kvalita prvků výpočetní sítě typu HEXA v mezní vrstvě u přístupů p=konst (ER) a Y=konst (ER), hodnocená dle parametru: EquiSize Skew, EquiAngle skew (v Gambitu), je určena hodnotou těchto parametrů nižší než 0,6. Hodnota těchto parametrů u prvků typu TETRA je nižší než 0,93. U přístupu p=konst (SNG), modelovaného s doménou tvořenou kompletně prvky HEXA je jejich kvalita v mezní vrstvě rovněž pod hodnotou 0,6. Nejhorší kvalita prvků mimo oblast mezní vrstvy není vyšší jak hodnota 0,9 dle uvedených parametrů.

Na jednotlivých plochách byly předepsány okrajové podmínky, a to následovně:

- vstupní plocha proudu kapaliny - podmínka: **velocity inlet**,
- výstupní plocha proudu kapaliny - podmínka: **pressure outlet**,
- kapalinou neprostupné plochy: plášť sacího potrubí, v němž je inducer umístěn; plocha náboje a lopatky - podmínka: **wall**,
- periodické plochy – podmínka: **periodic**.



Obr. 8. 1 Poloha vyhodnocovacích rovin  $z = konst$

## 8.3 Výpočet v prostředí SW Fluent (Ansys verze 13.1)

Po načtení výpočetní sítě do programu **Fluent 13.1** (školní licence) následuje základní nastavení systému (kontrola sítě, rozměrové jednotky, spárování odpovídajících si periodických ploch, apod.). V následujícím textu je nastíněn postup výpočtu, přijaté předpoklady řešení a jako asi nejdůležitější-postup vyhodnocení samotného výpočtu.

### 8.3.1 Předpoklady výpočtu

Využitím periodických podmínek a rotační symetrie je úloha řešena jako **3D úloha** na výpočetní doméně s jednou lopatkou. Rotace je řešena přístupem označovaným: **Multiple frame of reference (MFR)** známým rovněž pod názvem „frozen rotor.“ Střední části objemu modelující zde polovinu objemu kapaliny v prostoru ok induceru je udělena rotace otáčkami:  $n = 2980 \text{ rpm}$ . Lopatka a část náboje, který leží v této oblasti, se vzhledem k tomuto objemu (*ROTOR* viz obr. 8. 1) nepohybuje. Ploše náboje v nátokové a ustalovací části je předepsána rotace vzhledem k absolutnímu (pevnému) souřadnému systému (opět otáčkami  $n = 2980 \text{ rpm}$ ).

Při výpočtu je uvažována nestlačitelná a viskózní kapalina, která je definována v programu Fluent modelem **Realizable k-epsilon**. Proudění v blízkosti povrchu je modelováno pomocí funkce **Non-Equilibrium Wall Functions**. Předmětem výpočtů v CFD v rámci předkládané diplomové práce je ověření rozložení veličin tlaku  $p$  a měrné energie  $Y$  za ok induceru, nikoli sledování dynamických nestacionárních jevů v proudící kapalině. Tudíž je výpočet proveden jako **stacionární**. Jako výpočetní schéma je zvoleno schéma **Simple**.

### 8.3.2 Nastavované parametry

Jako médium, proudící v modelovaném systému, je uvažována kapalina: voda  $H_2O$  (v programu Fluent zadáno jako **water-liquid**). Dále jsou nastaveny vnitřní parametry okrajových podmínek:

- vstup: v okrajové podmínce **velocity-inlet** zadána vstupní rychlost (vycházející přímo ze zadaného průtoku, dle vztahu (5.2)) daná hodnotou:  
 $v_{inlet} = c_m = 10,93609 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- výstup: na konci ustalovací části je v podmínce **pressure-outlet** zadán tlak:  $p = p_{atm}$  (konec volně otevřený do atmosféry)

### 8.3.3 Konvergence

Konvergence numerického řešení je hodnocena na základě velikostí a průběhů reziduálů iteračních výsledků sledovaných veličin. Jako přijatelná hranice je stanovena hodnota reziduálů a tím i přesnosti řešení v řádu  $10^{-4}$ . Kontrolován je i hmotnostní tok mezi vstupem a výstupem, rozdíl hodnot je vždy menší než 2%.

Správná, dostatečná hustota buněk v blízkosti stěn je sledována pomocí parametru  $y^+$  (*wall  $y^+$* ). Doporučené hodnoty této veličiny pro zde použitý model turbulence a popis mezní vrstvy jsou v intervalu  $(100 \div 150)$ , připouští se i maximální hodnoty  $(250 \div 400)$ . Vyšší hodnoty jsou přípustné pouze v případě, že těchto vyšších hodnot parametru *wall  $y^+$*  je dosaženo pouze v malém množství buněk (nevýznamném vzhledem k celkovému počtu buněk) [22]. Na povrchu lopatky induceru je splněna výše uvedená podmínka maximálních hodnot parametrů *wall  $y^+$* . Maximální hodnoty ve významném počtu buněk nepřesáhly hodnotu  $wall \ y^+ = 400$ . I z tohoto lze usuzovat výsledky za důvěryhodné.

Vyhodnocení výsledků je provedeno ze zkonvergovaného výpočtu úlohy na 2. řádu přesnosti. Reziduály na již zkonvergované úloze oscilují velice málo (téměř nepatrně), což potvrzuje, že tento problém je možné a tedy i pro prvotní návrh vhodné řešit jako stacionární úlohu.

### 8.3.4 Postup vyhodnocení výpočtu

#### 8.3.4.1 Průběh veličin $p$ , $Y$ na průřezu

K vyhodnocení průběhu veličin tlaku  $p$  a měrné energii  $Y$  na průřezu za ok induceru jsou zhotoveny vyhodnocovací roviny-viz obr. 8. 1. Jsou to roviny kolmé na osu rotace, která je souběžná s osou  $z$  souřadného systému v programu Fluent a vzdálené ve směru této osy od konce lopatky o 10, 50, 100 mm. Uvažujeme ji polohu náběžné hrany na náboji v rovině  $z = 0$  a hloubku lopatkové mříže 200 mm, potom zmiňované vyhodnocující roviny jsou rovinami:  $z = 210$ ,  $z = 250$  a  $z = 300$  mm. Aby bylo možné podchytit i možné ovlivnění proudového pole vlivem předrotace kapaliny v prostoru před ok induceru, jsou stejným postupem vytvořeny i pomocné vyhodnocovací roviny o souřadnicích  $z = -10$  a  $z = -100$  mm. Na uvedených 5 - ti rovinách jsou vytvořeny průměty válcových ploch, jejichž poloměry odpovídají poloměrům  $r_i$ . Jinými slovy, jedná se o tytéž válcové proudové plochy  $\bar{S}_i$  na nichž byla navrhována geometrie lopatky. Na každé vyhodnocovací rovině tedy takto vznikne 11 kružnic. Na každé z kružnic lze určit hodnotu požadované veličiny. Hodnota veličiny je rovna průměru z hodnot veličin v jednotlivých bodech kružnice-funkce: **vertex average**. Dle tohoto postupu lze určit průběh veličin po průřezu, tj. vyjádřením hodnot veličiny na kružnicích všech poloměrů  $r_i$  v dané vyhodnocovací rovině  $z = konst$ .

#### Tlaková měrná energie $Y_p$

Průběh tlaku  $p$  na průřezu, respektive jeho závislost na poloměru (výše uvedeným postupem) je možný vyjádřit i pomocí tlakové měrné energie. Přičemž tlaková měrná energie je vyjádřena jako:

$$\frac{p_i}{\rho} = Y_{p,i} \quad (8.1)$$

kde:  $\rho$  je hustota kapaliny a  $p_i$  označuje hodnotu statického tlaku určeného v určité vyhodnocovací rovině ( $z = konst$ ) na daném poloměru  $r_i$ .

Pozn.: Znázornění závislosti tlakové měrné energie  $\frac{p_i}{\rho}$  na poloměru  $r_i$  je oproti závislosti tlaku  $p_i$  na poloměru  $r_i$  výhodnější a zvoleno proto, že umožňuje dále lepší srovnání s hodnotami celkové měrné energie  $Y_i$  a její závislosti na poloměru  $r_i$ .

Pro závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  je zavedeno označení:

$$Y_{p,i} = f(r_i) \quad (8.2)$$



### Měrná energie $Y$ (celková)

Celková měrná energie  $Y$ , uvažující oproti tlakové měrné energii navíc i kinetickou (rychlostní) složku energie, je na daném poloměru dána vztahem:

$$Y_i = \frac{v_i^2}{2} + \frac{p_i}{\rho} \quad (8.3)$$

kde:  $p_i$  je opět hodnotu statického tlaku určená stejným postup jako dříve;  $v_i$  označuje rychlost určenou v určité vyhodnocovací rovině ( $z = konst$ ) na daném poloměru  $r_i$  (analogicky jako tlak  $p_i$ ).

Pro závislost (celkové) měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  je zavedeno označení:

$$Y_i = f(r_i) \quad (8.4)$$

Pozn.: Hodnoty veličin  $Y_{p,i}$  a  $Y_i$  v krajních bodech výšky lopatky, určené na poloměrech  $r_{min} = 0,075 \text{ mm}$  a  $r_{max} = 0,153 \text{ mm}$  jsou ovlivněny chováním kapaliny v mezní vrstvě, vytvořené na obtékaném náboji induceru a vnitřním povrchu sacího potrubí. Tudíž nejsou dále tyto hodnoty a tedy i díky nim značně deformované konce křivek závislostí, uvažovány. Pro hodnocení průběhu dané veličiny na poloměru jsou uvažovány pouze objektivní hodnoty v rozsahu poloměru  $r = \langle 0,0828 \div 0,1452 \rangle \text{ mm}$ , jak je vyznačeno v grafu-viz graf 14. 2v příloze práce. Tento předpoklad platí i pro všechny následně uváděné závislosti  $Y_{p,i} = f(r_i)$  a  $Y_i = f(r_i)$ .

Další představu o celkovém rozložení veličiny po průřezu nebo obecně libovolné ploše je možné si udělat na základě grafického vykreslení tzv. kontur. Jedná se o vykreslení dané veličiny pomocí vrstevnic vzájemně barevně odlišených podle velikosti hodnoty veličiny.

#### 8.3.4.2 Tlakový zisk $\Delta p$ , zisk měrné energie $\Delta Y$ , zisk sací výšky $\Delta H$

Tlakový zisk  $\Delta p$ , respektive analogicky i zisk měrné energie  $\Delta Y$  je určen jako rozdíl adekvátních veličin odečtených na vyhodnocovacích rovinách. Jednou z nich je rovina před lopatkou ok induceru o souřadnici  $z = -10 \text{ mm}$  a to druhou vyhodnocovací rovina o souřadnici  $z = 210 \text{ mm}$ . Veličiny určené v rovině  $z = -10 \text{ mm}$  lze označit indexem 0 a veličiny v rovině lze označit indexem 3, ve shodě se značením na obr. 4. 1.

Tlakový zisk  $\Delta p_{stat}$  (zisk statického tlaku) je potom možné vyjádřit jako:

$$\Delta p = p_{3,stat} - p_{0,stat} \quad (8.5)$$

kde.  $p_{3,st}$  a  $p_{0,st}$  jsou průměrné hodnoty statických tlaku na daných průřezích (rovinách, vysvětleno výše).

Pro zisk měrné energie  $\Delta Y$  lze využít vztah:

$$\Delta Y = \Delta Y_3 - \Delta Y_0 = \frac{p_{3,tot} - p_{0,tot}}{\rho} \quad (8.6)$$

kde:  $p_{3,tot}$  a  $p_{0,tot}$  jsou průměrné hodnoty dynamických tlaku na daných průřezích, a  $\rho$  označuje hustotu kapaliny (pracovního média).



Ze vztahu (8.6) pro zisk měrné energie  $\Delta Y$  je možné jednoduchým přepočtem vyjádřit i zisk dopravní výšky  $\Delta H$  vytvořený inducerem, pro  $\Delta H$  platí:

$$\Delta H = \frac{\Delta Y}{g} \quad (8.7)$$

kde:  $g$  je konstanta gravitačního zrychlení ( $g \doteq 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

#### 8.3.4.3 Ověření hydraulické účinnosti $\eta_h$

Pro určení hydraulické účinnosti lze v tomto případě vycházet z obecného vztahu pro účinnost, který má tvar:

$$\eta = \frac{P}{P_0} \quad (8.8)$$

kde:  $P$  symbolizuje výkon a  $P_0$  značí příkon.

Příkon  $P_0$ , jako energie dodávaná induceru, respektive spíše inducerem kapalině předávaná za určitý čas lze vyjádřit jako:

$$P_0 = M_k \cdot \omega = M_k \cdot 2\pi n \quad (8.9)$$

kde:  $M_k$  je moment, kterým působí lopatky na kapalinu a který odpovídá působení kapaliny na lopatky. Tento moment je také možné určit v rámci vyhodnocení výpočtu v programu Fluent.

Pozn.: Z výsledků výpočtu je zjištěno, že i náboj induceru působí na kapalinu určitým momentem. Velikost tohoto momentu je oproti momentu, kterým působí lopatka na kapalinu, téměř zanedbatelná. I přesto je hodnota momentu od náboje ve výpočtu uvažována. Do hodnoty veličiny  $M_k$  je tedy dále uvažován moment od lopatek induceru i moment od náboje délky odpovídající délce objemu *ROTOR*, viz obr. 8. 1.

Výkon  $P$  je možné definovat jako:

$$P = \rho \cdot Q \cdot \Delta Y \quad (8.10)$$

kde:  $Q$  je průtok inducerem.

Dosazením výrazu (8.9) a (8.10) do vztahu (8.8) je potom pro hydraulickou účinnost odvozen vztah:

$$\eta_h = \frac{\rho \cdot Q \cdot \Delta Y}{M_k \cdot 2\pi n} \quad (8.11)$$

#### 8.3.4.4 Bližší pohled na proudění v systému

Na požadovaných plochách, řezech apod. jsou sledovány hodnoty veličin pro pochopení situace proudění uvnitř systému. Např. vykreslení vektorů rychlosti na válcové ploše poskytuje informaci o způsobu natékání náběžné hrany kapalinou. Lze tak posoudit, zda dochází či nedochází ke vstupnímu rázu. Stejně tak je možné sledovat proudění v oblasti odtokové hrany (tvorba vírů, odtržení mezní vrstvy), sledovat např. odezvu proudění na úpravu (sražení) odtokové hrany atd.

O tom, zda byl splněn předpoklad, že element kapaliny se pohybuje po proudové válcové ploše-viz kapitola 5.2, je možné rozhodnout při vykreslení proudnic ve vyšetřovaném objemu kapaliny.

## 9 ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ CFD VÝPOČTU

Cílem této téměř závěrečné kapitoly je interpretace dosažených výsledků CFD výpočtu induceru, navrhovaných dle jednotlivých přístupů  $p=\text{konst}$  (ER),  $Y=\text{konst}$  (ER) a  $p=\text{konst}$  (SNG). Na základě srovnání právě výsledků CFD výpočtu s výsledky očekávanými, které jednoznačně vychází z teorie odvození dílčích návrhů, a dále ze vzájemného porovnání výsledků CFD výpočtu jednotlivých přístupů návrhu lze rozhodnout, který z přístupů návrhu geometrie lopatky válcového induceru je pro dané návrhové parametry přístupem nejvhodnějším.

U jednotlivých přístupů návrhu je v první řadě hodnocen průběh veličiny (tlaku  $p$ , měrné energie  $Y$ ) na průřezu, tj. změna dané veličiny s poloměrem (po výšce lopatky) ve vyhodnocovacích řezech-viz obr. 8. 1. Dalším důležitým kritériem hodnocení je hodnota celkového zisku měrné energie  $\Delta Y$  dosaženého inducerem. Od hodnoty  $\Delta Y$  se dle (8.7) odvíjí i hodnota dopravní výška  $\Delta H$  získaná inducerem, která jinak dále také představuje zisk sací výšky pro ok čerpadla umístěného za inducerem.

Jako nejvhodnější přístup návrhu geometrie je možné označit ten, který co nejlépe splňuje výše uvedené 2 základní požadavky.

Při vyhodnocování CFD výpočtu je dodržen postup, uvedený v předchozí kapitole 8. Následně jsou diskutovány dosažené výsledky u jednotlivých variant. Grafická znázornění výsledků výpočtů (grafy, obrázky) jsou z důvodu možnosti většího a tedy i přehlednějšího zobrazení uváděna v příloze na konci práce.

### 9.1 Výsledky CFD výpočtu jednotlivých variant návrhu

#### 9.1.1 $p=\text{konst}$ (ER)

Průběh tlakové měrné energie na poloměru  $Y_{p,i} = f(r_i)$ , (tj. rozložení tlakové měrné po výšce lopatky) v předem definovaných rovinách  $z$  v prostoru před inducerem a za ním je uveden v příloze práce, graf 14. 2 a graf 14. 3.

Na graf 14. 3 je možné vidět, že v prostoru za inducerem v rovině  $z = 210 \text{ mm}$ , tedy ve vzdálenosti  $10 \text{ mm}$  za odtokovou hranou lopatky není ještě tlakové pole vyrovnané. V této vzdálenosti se zřejmě ještě projevuje tzv. úplav za lopatkou. Ovšem ve vzdálenosti  $50 \text{ mm}$  a dále (křivky pro  $z = 250 \text{ mm}$  a  $z = 300 \text{ mm}$ ) již tlaková měrná energie  $Y_{p,i}$  vykazuje téměř konstantní průběh. Rozsah hodnot tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na průřezu v těchto rovinách činí pouhé  $\approx 2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Lze tedy říci, že za inducerem dle návrhu  $p=\text{konst}$  (ER) opravdu vzniká vyrovnané tlakové pole.

Znepokojující ovšem je hodnota tlaku (tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$ ) za inducerem. Z porovnání hodnot měrné tlakové energie  $Y_{p,i}$  v prostoru před inducerem (graf 14. 2) a za ním (graf 14. 3) je očividně zřejmé, že před inducerem je tlak vyšší než za ním, což je v rozporu s předpokládanými výsledky a s definicí induceru jako pomocného plnicího stupně vůbec. Lze předpokládat, že inducer běží zřejmě blízko oblasti hydraulické brzdy a s největší pravděpodobností přímo v oblasti turbínového čerpání. O tom, že inducer běží v oblasti turbínového čerpání je možné usuzovat na základě hodnoty výpočtem CFD dosažené hydraulické účinnosti  $\eta_h$ , respektive znaménka mínus u tohoto parametru-viz tab. 9. 1.

Tab. 9. 1 Hodnoty základních parametrů určené CFD výpočtem

přístupy:	totální tlak (stat.+dyn.)			statický tlak		
	(z=-10mm) p <sub>0,tot</sub> [Pa]	(z=210mm) p <sub>3,tot</sub> [Pa]	(p <sub>3,tot</sub> -p <sub>0,tot</sub> ) Δp <sub>tot</sub> [Pa]	(z=-10mm) p <sub>0,stat</sub> [Pa]	(z=210mm) p <sub>3,stat</sub> [Pa]	(p <sub>3,stat</sub> -p <sub>0,stat</sub> ) Δp <sub>stat</sub> [Pa]
p=konst (ER)	86391,623	74630,234	-11761,389	25535,957	1866,123	-23669,834
Y=konst (ER)	36735,844	80009,430	43273,586	-25507,201	-391,256	25115,945
p=konst (SNG)	10123,648	79705,203	69581,555	-51401,230	2798,169	0,54199,399
přístupy:	kroutící moment na ok induceru M <sub>k</sub> [Nm]	zisk měrné energie ΔY [J/kg]	zisk sací výšky ΔH [m]	účinnost η <sub>h</sub>		
				η [-]	η [%]	
p=konst (ER)	28,54	-11,78	-1,201	-0,807	-80,7	
Y=konst (ER)	139,72	43,35	4,419	0,606	60,6	
p=konst (SNG)	178,03	69,71	7,106	0,765	76,5	

Zmíněný poznatek, že inducer kapalině energii nepředává, ale naopak zjevně energii kapalině odebírá, je možné zdůvodnit i na základě porovnání hodnot v závislosti (celkové) měrné energie  $Y_i = f(r_i)$  před inducerem a za ním (graf 14. 4 a graf 14. 5). Výpočtem je zjištěno, že i celková měrná energie  $Y_i$  je před inducerem vyšší než za ním. Rozsah hodnot měrné energie  $Y_i$  na průřezu v rovinách  $z = konst$  za inducerem dosahuje hodnoty přibližně  $\approx 30 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Příčinu vyšší hodnoty tlakové i celkové měrné energie před inducerem je možné nalézt i na základě tvaru střední čáry profilu lopatky na hlavních válcových plochách v konformním zobrazení-viz graf 14. 1. Tvar střední čáry profilu na válcové ploše o poloměru  $r_{stř}$  a  $r_{max}$  se téměř blíží tvaru přímky. Zřejmě tedy není dosaženo dostatečného ohybu proudu (změny směru relativních rychlostí) pro přenos energie z lopatky na kapalinu, viz kapitola 4.4.1. Připomeňme, že u induceru dle návrhu p=konst (ER) neexistuje vstupní ráz při nátoku kapaliny na náběžnou hranu lopatky. Jinými slovy, lopatky induceru nestačí zřejmě protékající kapalině energii předat. Toto vysvětlení potvrzuje i hodnota krouticího momentu  $M_k$ , kterým kapalina působí na ok induceru a naopak. Tato hodnota momentu  $M_k \approx 28,5 \text{ Nm}$  je ve srovnání s hodnotou dosaženou např. u přístupu p=konst (SNG) velice nízká. Tvoří pouze  $\approx 16\%$  z hodnoty  $M_k$  získané u přístupu p=konst(SNG), viz tab. 9. 1.

Výše popsany problém poklesu tlaku kapaliny při průtoku inducerem je zřejmý i z hodnot tlaku uvedených v tab. 9. 1.

Nejpravděpodobnější příčinu toho, že při návrhu lopatky přístupem p=konst (ER) hodnota tlaku za inducerem je nižší než před ním je možné vidět v tom, že při tomto návrhu není zohledněn počet lopatek  $z = 2$ , viz kapitola 7.1. Ačkoli je tedy tímto inducerem dosaženo relativně velice dobře vyrovnané pole tlakové měrné energie  $Y_p$  (tlaku  $p$ ), tento přístup k řešení návrhu induceru na dané parametry není vhodný. Inducer této geometrie, který nedává žádný tlakový zisk, ale naopak energii kapalině odebírá, neplní svůj účel. Naopak, z výsledků CFD výpočtu je zjevné, že by tento inducer celkovou kavitační odolnost čerpadla dokonce snižoval.

Pozn.: Na základě těchto neuspokojivých výsledků je jako další možný přístup k návrhu induceru se ziskem konstantního tlakového pole na průřezu za ním, odvozen a výpočetně ověřen návrh metodou singularit p=konst (SNG).

### 9.1.2 $Y=\text{konst}$ (ER)

Cílem přístupu  $Y=\text{konst}$  (ER) návrhu induceru je vytvoření ideálně konstantního pole měrné energie  $Y$  za inducerem. Závislost měrné energie na poloměru  $Y_i = f(r_i)$  (tzn. po výšce lopatky) v jednotlivých vyhodnocovacích rovinách  $z = \text{konst}$ , získaná ověřujícím CFD výpočtem je uvedena v příloze práce-viz graf 14. 8, graf 14. 9.

Závislost měrné energie na poloměru  $Y_i = f(r_i)$  v rovinách za inducerem nelze označit za konstantní, neboť objektivní hodnoty měrné energie (mimo mezní vrstvu) se na poloměru mění v příliš velkém rozsahu, odhadem  $\approx 50 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ , viz graf 14. 9. Rozsah  $50 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$  je příliš vysoký vzhledem celkové hodnotě celkového zisku měrné energie  $\Delta Y$ , určeného mezi rovinami  $z = -10 \text{ mm}$  a  $z = 210 \text{ mm}$ . Hodnota tohoto celkového zisku  $\Delta Y$ , uváděná v tab. 9. 1, má hodnotu pouze  $\approx 43,4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Z tohoto pohledu nelze považovat závislost měrné energie na poloměru  $Y_i = f(r_i)$  v rovinách  $z = \text{konst}$  za inducerem v žádném případě za konstantní. K významnějšímu přenosu energie z lopatky na kapalinu zjevně dochází paradoxně pouze na nižších poloměrech průřezu, nejvíce v oblasti náboje ok induceru ( $r_{\min}$ ). Nemůže tedy být splněn požadavek vytvoření konstantního pole měrné energie  $Y$  za inducerem s geometrií odvozenou tímto přístupem.

Pro doplnění je pomocí CFD výpočtu určeno, v grafech-viz graf 14. 6 a graf 14. 7 v příloze práce zobrazeno i rozložení tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$ . V rovině  $z = 250 \text{ mm}$  a dále ve směru proudu v rovině  $z = 300 \text{ mm}$  za odtokovou hranou se vyskytuje již relativně vyrovnané pole tlakové měrné energie (graf 14. 7). Rozsah hodnot tlakové měrné energie v těchto rovinách v jednotlivých bodech závislosti (na vyhodnocovaných poloměrech) není větší než  $\approx 4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Avšak zisk zde přibližně konstantního průběhu tlaku (respektive tlakové měrné energie) nebyl účelem tohoto návrhu ( $Y=\text{konst}$  (ER)).

Hodnoty hlavních parametrů (statický, totální tlak v rovině  $z = -10 \text{ mm}$  a  $z = 210 \text{ mm}$ , tlakový zisk mezi rovinami  $\Delta p_{\text{stat}}$  a  $\Delta p_{\text{tot}}$ , zisk měrné energie  $\Delta Y$ , dopravní výšky  $\Delta H$  a hydraulická účinnost  $\eta_h$ ) získané z CFD výpočtu jsou opět uvedeny v tab. 9. 1.

Srovnáním hodnot tlakové měrné energie  $Y_p$ , respektive celkové měrné energie  $Y$  před inducerem (např. v rovině  $z = -100 \text{ mm}$ ) a za inducerem (např.  $z = 300 \text{ mm}$ ) je vidět, že inducer kapalině energii dodává. Ačkoli je tedy přístup návrhu  $Y=\text{konst}$  (ER) založen na stejných principech (Eulerova čerpadlová rovnice) jako předchozí přístup návrhu  $p=\text{konst}$  (ER), inducer se v tomto případě chová správně (kapalinu tlakuje). Takto navržený inducer již plní svoji funkci, je připraven ochránit ok čerpadla před vznikem kavitace. Inducer dosahuje zisku dopravní výšky  $\Delta H \approx 4,4 \text{ m}$ , čímž navyšuje sací výšku čerpadla bez nebezpečí vzniku kavitace v prostoru oběžného kola čerpadla (přibližně o tuto hodnotu  $4,4 \text{ m}$ ). Hodnota hydraulické účinnosti  $\eta_h$  stanovená CFD výpočtem je  $\approx 61\%$ .

Příčinou toho, že oproti návrhu a očekávání není dosaženo konstantního pole měrné energie  $Y$  zřejmě je, že stejně jako u přístupu  $p=\text{konst}$  (ER) není uvažován počet lopat  $z = 2$ .

### 9.1.3 $p=\text{konst}$ (SNG)

Závislost tlakové měrné energie na poloměru  $Y_{p,i} = f(r_i)$  vyhodnocovaná v rovinách  $z = \text{konst}$  je uvedena v grafech-viz graf 14. 10 a graf 14. 11 v příloze na konci práce. Tvar křivky závislosti  $Y_{p,i} = f(r_i)$  v rovinách  $z = \text{konst}$  za inducerem (graf 14. 11) potvrzuje opravdu vytvoření téměř konstantního průběhu tlakové měrné energie  $Y_p$  na poloměru  $r$ . Odhadovaný rozsah hodnot  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  je přibližně  $\approx 5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Lze konstatovat, že výsledky CFD výpočtu ověřili vytvoření vyrovnaného tlakového pole.

Uvedená hodnota rozsahu  $5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$  měrné tlakové energie  $Y_p$  odpovídá rozsahu hodnot tlaku  $p$  na poloměru přibližně  $5000 \text{ Pa}$ . Vzhledem k celkovému zisku statického tlaku  $\Delta p_{\text{stat}}$ -viz tab. 9. 1, který má hodnotu  $\approx 0,54 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , není uvedený rozsah tlaku  $5000 \text{ Pa}$  na poloměru významný. Hodnota rozsahu tlaku na poloměru  $5000 \text{ Pa}$  totiž tvoří přibližně pouhých 10% ze zmiňované hodnoty zisku statického tlaku  $\Delta p_{\text{st}} \approx 0,54 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Uvedený rozsah tlaku  $5000 \text{ Pa}$  je tedy natolik malý, že nevyvolá nežádoucí přetékání kapaliny od perimetru ok induceru ( $r_{\text{max}}$ ) směrem k náboji ( $r_{\text{min}}$ ), viz obr. 14. 15 uvedený v příloze práce.

Jak již je zmíněno, oproti návrhu  $p=\text{konst}$  (ER), inducer navržený dle  $p=\text{konst}$  (SNG) je zdrojem tlakového zisku  $\Delta p_{\text{st}}$  a zisku měrné energie  $\Delta Y$ , jak ukazují hodnoty těchto veličin uvedené v tab. 9. 1. Dále je při tomto návrhu dosaženo velice dobré shody mezi navrhovanou hodnotou hydraulické účinnosti  $\eta_{h,\text{návrh}} = 75\%$  a hodnotou získanou z vyhodnocení CFD výpočtu:  $\eta_{h,\text{výp}} = 76,5\%$ .

V grafech-viz graf 14. 12 a graf 14. 13 v příloze práce, jsou uvedeny závislosti celkové měrné energie na poloměru  $Y_{p,i} = f(r_i)$  vyhodnocených v rovinách  $z = \text{konst}$ . Z graf 14. 13 je zřejmé, že za inducerem je vytvořeno i vyrovnanější pole měrné energie  $Y$  než v případě návrhu  $Y=\text{konst}$  (ER), i zde však nikoli konstantní. Rozsah hodnot měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  zde odpovídá  $\approx 30 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ , což je hodnota nižší, než které bylo dosaženo u předchozího návrhu  $Y=\text{konst}$  (ER), jenž je pro zisk konstantní měrné energie na průřezu za inducerem účelně navrhován. Hodnota zisku celkové měrné energie  $\Delta Y$  má dle tab. 9. 1, hodnotu  $\approx 70 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . I v tomto případě tedy dochází k přenosu energie z lopatky na kapalinu především na nižších poloměrech průřezu, nejvíce pak v blízkosti náboje, viz graf 14. 13.

Z důvodu nejlepších dosažených výsledků je induceru dle návrhu  $p=\text{konst}$  (SNG) věnována největší pozornost při vyhodnocování CFD výpočtu. Rozložení tlaku znázorněné jeho vykreslením pomocí kontur ve vyhodnocovacích rovinách  $z = \text{konst}$  je uvedeno na obrázcích v příloze práce, viz. obr. 14. 16 až obr. 14. 20.

V rovině  $z = -100 \text{ mm}$  (obr. 14. 16) není rozložení statického tlaku na průřezu nijak významně činností induceru ovlivněno. Ovšem v rovině  $z = -10 \text{ mm}$  (obr. 14. 17) jsou již zřetelně vidět dvě oblasti maxima statického tlaku v blízkosti náboje, kde již kapalina očekává určitou překážku svého pohybu. V prostoru před náběžnou hranou je proto lokálně zvýšena hodnota tlaku. Obr. 14. 18 naopak zachycuje situaci až za odtokovou hranou lopatky, popisuje rozložení statického tlaku v rovině  $z = 210 \text{ mm}$ . Zde je zřejmý projev úplavu za lopatkou a celkově ještě nevyrovnané proudové poměry (tlaku, rychlosti). V následujících řezech ve směru proudu, tzn. v rovinách  $z = 250 \text{ mm}$  a  $z = 300 \text{ mm}$  (obr. 14. 19 a obr. 14. 20) se nerovnoměrnosti v rozložení statického tlaku na průřezu postupně vyrovnávají.



Vykreslením vektorů rychlosti na válcových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$ ,  $r_{max}$  je možné zobrazit situaci obtékání profilu lopatky. Nejzajímavější je zcela jistě oblast vstupní hrany lopatky. Rozložení statického tlaku v prostoru před náběžnou hranou lopatky potvrzuje ideální nátok kapaliny na lopatku, viz obr. 14. 21 v příloze práce. Na obr. 14. 22 v příloze práce je zachycen bezrázový vstup kapaliny na lopatky, nyní pomocí vykreslených vektorů rychlosti. Situace zobrazená na uvedených dvou obrázcích potvrzuje jeden z předpokladů řešení-bezrázový vstup kapaliny na lopatky.

Rozložení statického tlaku v místě konce lopatky-odtokové hrany lopatky je uveden na obr. 14. 23 v příloze práce, kde je také uveden rovněž i pohled na charakter proudění v témže místě pomocí vykreslených vektorů, viz obr. 14. 24. Konstrukční úprava konce lopatky již dříve diskutovaným seříznutím se jeví jako vhodná.

Pozn.: bezrázový nátok kapaliny na náběžnou hranu lopatky byl rovněž ověřován i obou předchozích přístupů  $p=\text{konst}$  (ER),  $Y=\text{konst}$  (ER) a i v těchto případech je splněn.

## 9.2 Závěrečné zhodnocení výsledků CFD výpočtu

Závěrem lze k návrhu geometrie induceru jednotlivými přístupy říci následující. Inducer navržený přístupem  $p=\text{konst}$  (SNG) dosahuje dle CFD výpočtu nejlepších výsledků. A to z pohledu největších dosažených hodnot: zisku statického tlaku  $\Delta p_{stat}$ , zisku celkové měrné energie  $\Delta Y$  (dopravní výšky  $\Delta H$ ) a i hydraulické účinnosti  $\eta_h$ . Konkrétní hodnoty těchto parametrů jsou uvedeny v tab. 9. 1. Zároveň je u induceru dle tohoto přístupu dosaženo na průřezu za inducerem vyrovnané pole tlakové měrné energie  $Y_p$  (respektive tlaku  $p$ ), vysvětleno výše. Dále i průběh celkové měrné energie  $Y$  na poloměru  $r$  je ve srovnání s výsledky dosaženými u návrhu  $Y=\text{konst}$  (ER) více než příznivý.

Dle přístupu  **$p=\text{konst}$  (SNG)** navrhovaný inducer dosahuje dopravní výšky  $\Delta H \doteq 7,1 \text{ m}$  s hydraulickou účinností  $\eta_h = 76,5\%$ . Pro návrh geometrie lopatek induceru s návrhovými parametry-viz tab. 5. 1 a tab. 5. 2, je tedy bezpochyby nejlepší využít právě tento přístup  $p=\text{konst}$  (SNG).

## 10 ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo vypracovat návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla. Předkládanou diplomovou práci lze rozdělit do dvou částí.

Úvodní část diplomové práce, zpracovaná formou literární rešerše, byla věnována obecnému popisu kavitačního jevu, příčinám jeho vzniku, vývoje a vytváření jednotlivých kavitačních režimů až po zánik kavitačních bublin v kapalině, tzv. implozií. Obecné poznatky týkající se problematiky kavitace byly aplikovány na konkrétní případ výskytu kavitace, a to v hydraulickém prostoru odstředivého čerpadla. V práci uvedený podrobný popis kavitace v hydrodynamických čerpadlech tak objasňuje důležitost a význam ochrany čerpadla před tímto jevem. Zmíněny jsou možné konstrukční opatření a provozní podmínky pro provoz čerpadla v bezkavitačním režimu. Největší pozornost je věnována popisu a zásadám doposud známých přístupů k návrhu geometrie inducerů. Důraz výkladu je zaměřen právě na odlišnosti, mezi návrhy inducerů běžně uplatňovanými v technické praxi-tzv. konvenčními a návrhy inducerů využitých v rámci vlastní části diplomové práce.

V praktické části práce byly odvozeny postupy dílčích návrhů geometrie lopatek induceru. Celkem jsou v předkládané diplomové práci uplatněny **3 přístupy řešení** návrhu induceru. Společným požadavkem všech tří přístupů řešení je dosažení pokud možno konstantního pole (rozložení po průřezu) určité veličiny-tlaku  $p$ , respektive měrné energie  $Y$  v definované vzdálenosti za inducerem. Jednotlivé přístupy jsou v textu uváděny pod označením  **$p=\text{konst}$  (ER)**,  **$Y=\text{konst}$  (ER)**,  **$p=\text{konst}$  (SNG)**. První dva zmíněné přístupy jsou odvozeny na základě Eulerovy čerpadlové rovnice-označeny zkratkou (ER), třetí přístup vychází z řešení obtékání lopatkové mříže metodou singularit-označen zkratkou (SNG). Výjimečnost výše uvedených návrhu je v očekávaném vyrovnanějším proudovém poli v prostoru za inducerem. Oběžné kolo čerpadla je pak „ideálně“, tzn. rovnoměrněji natékané, což se může příznivě projevit v potlačení zpětného proudění ve vstupní části mezilopatkového kanálu oběžného kola.

Výpočetní ověření zmíněných přístupů k hydraulickému návrhu induceru pomocí numerického modelování proudění (CFD výpočtu) přineslo zajímavé výsledky:

- U návrhu dle  **$p=\text{konst}$  (ER)** bylo na průřezu v definované vzdálenosti za odtokovou hranou lopatek dosaženo relativně dobře vyrovnaného tlakového pole. Inducer navržený dle tohoto přístupu však neposkytuje žádný tlakový zisk, ale naopak, jak výsledky ukazují, zřejmě pracuje v oblasti turbínového čerpání. Příčinou tohoto stavu je s největší pravděpodobností teorie využitá při základním odvození přístupu  $p=\text{konst}$  (ER). Tou je Eulerova čerpadlová rovnice, která je odvozena pro nekonečný počet lopatek nulové tloušťky. Je zřejmé, že inducer s počtem lopatek  $z = 2$  se od tohoto ideálního případu významně vzdaluje.
- Inducer, navržený dle přístupu  **$Y=\text{konst}$  (ER)** na základě hodnot  $z$  výpočtu již dosahuje určitého tlakového zisku, jemuž přibližně odpovídá zvýšení sací výšky čerpadla o hodnotu  $\Delta H \doteq 4,4 \text{ m}$ . Za inducerem však není splněn požadavek konstantního pole měrné energie  $Y$  na průřezu. Dominantní oblastí přenosu energie z lopatky na kapalinu je oblast u náboje induceru (obecně na nižších poloměrech). Skutečnost, že nebyly potvrzeny návrhem očekávané výsledky, tj. že nevníklo za inducerem pole ani přibližně konstantní měrné energie lze přisuzovat opět použité teorii odvození, stejné jako v předchozím případě. Při návrhu není zohledněn počet lopatek.



- Optimistických výsledků ověřujícího CFD výpočtu bylo dosaženo až u přístupu **p=konst (SNG)**. Za inducerem dle tohoto návrhu je vzhledem k dosažené hodnotě celkového zisku statického tlaku  $\Delta p_{stat} \doteq 0,54 \cdot 10^5 Pa$  vytvořeno i relativně vyrovnaného tlakové pole. Hodnoty statického tlaku na průřezu za inducerem vykazují rozdíly v rozsahu přibližně 5000 Pa, což je asi pouze 10% z hodnoty celkového zisku statického tlaku  $\Delta p_{stat}$ . Zároveň se za inducerem vytvořilo i vyrovnanější pole měrné energie  $Y$  ve srovnání s návrhem dle  $Y=konst$  (ER). Lze konstatovat, že celkově u tohoto přístupu k řešení návrhu geometrie lopatek induceru p=konst (SNG), založeném na metodě singularit, bylo dosaženo nejlepších výsledků. A to jak z pohledu nejvyšších hodnot provozních parametrů induceru, tak z dosaženého téměř konstantního pole tlaku za inducerem. Dle přístupu p=konst (SNG) navrhovaný inducer dosahuje dopravní výšky  $\Delta H \doteq 7,1 m$  a přibližně o tuto hodnotu navyšuje sací výšku čerpadla. Výpočtem stanovená hodnota hydraulické účinnosti  $\eta_{h,výp} = 76,5\%$  se poměrně přesně blíží hodnotě návrhové  $\eta_{h,návrh} = 75\%$ .

Na základě výsledků numerického modelování proudění jednotlivých variant návrhu induceru lze za nejlepší a takřka jediný vhodný přístup k návrhu induceru označit přístup **p=konst (SNG)**, založený na metodě singularit. U tohoto přístupu jako jediného je dosaženo největší shody návrhové teorie s výsledky ověřujícího CFD výpočtu. Návrh induceru dle přístupu p=konst (SNG) poskytuje uspokojivé zvýšení sací schopnosti a kavitační odolnosti čerpadla v kombinaci s příznivým charakterem proudění v prostoru mezi inducerem a oběžným kolem čerpadla.

Návrhy založené na Eulerově čerpadlové rovnici vykazují značnou necitlivost na skutečný počet lopatek. Aby byly tyto návrhy použitelné, musely by být zřejmě doplněny právě o nějakou korekci zohledňující skutečný počet lopatek.

V rámci prvotního návrhu induceru výše uvedenými postupy byla modelována situace proudění v prostoru samotného válcového induceru. Při modelování proudění tedy nebyl uvažován vliv oběžného kola čerpadla, které je ovšem reálně umístěno relativně blízko za inducerem na společné hřídeli. Lze předpokládat, že v prostoru mezi inducerem a oběžným kolem čerpadla se bude vytvářet poměrně komplikované proudové pole. Příčinou jeho vzniku přitom může být značně odlišný počet lopatek induceru a oběžného kola, osová vzdálenost mezi inducerem a oběžným kolem, konstrukční úprava odtokové hrany lopatky induceru, apod. Pro reálný návrh je tedy nanejvýš vhodné, ne-li nutné řešit celou situaci návrhu geometrie lopatek induceru metodou společného řešení hydraulických poměrů ve vazbě inducer+oběžné kolo čerpadla. Neboť pouze společným řešením lze dosáhnout maximálních možných výkonových parametrů, na které jsou v současné době kladeny stále vyšší nároky, v kombinaci s vysokou kavitační odolností.

Návrhy geometrie induceru jsou řešeny pro návrhovou (jednu) hodnotu průtoku  $Q$ . Jelikož je provoz čerpadel bez regulace zcela nemyslitelný, dalším krokem uvedeného postupu návrhu induceru by mělo být ověření činnosti induceru v širší oblasti průtoků. Hodnota tlakového zisku dodávaného inducerem a jeho kavitačních vlastností mimo návrhový bod (průtok) by měla být ověřena sledováním hydraulických poměrů opět ideálně ve společném systému řešení inducer+oběžné kolo čerpadla.

Tato diplomová práce by mohla být cenným podkladem pro eventuálně realizovaný další a podrobnější návrh induceru s požadavkem vytvoření vyrovnaného (ideálně konstantního) tlakového pole, respektive pole konstantní měrné energie  $Y$  na průřezu v prostoru mezi inducerem a oběžným kolem čerpadla.

## 11 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] NOSKIEVIČ, J. *Kavitace v hydraulických strojích a zařízeních*. 1. vyd. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1990. 336 s. ISBN 80-03-00206-0
- [2] NEVRLÝ, J. *Kavitace a kavitační zkoušky čerpadel*. Brno: Konference „Čerpadla a čerpací technika“, 1959.
- [3] KIANIČKA, M. *Využití kavitace v technické praxi*. Brno: Vysoké učení technické, 2010. Diplomová práce.
- [4] Cavitation. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Cavitation>>
- [5] PAVELEK, M. *Termomechanika*. 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. 280 s. ISBN 80-214-2409-5
- [6] SUCHÁNEK, J. *Kavitační opotřebení*. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://www.tribotechnika.sk/tribotechnika-12011/kavitacni-opotrebeni.html>>
- [7] HOLATA, M. *Hydraulika vodních motorů*. 1. vyd. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1967. 252 s.
- [8] BLÁHA, J., BRADA, K. *Příručka čerpací techniky*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997. 289 s. ISBN 80-01-01626-9
- [9] Solving a cavitation problem. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://jacpump.wordpress.com/2011/04/17/solving-a-cavitation-problem/>>
- [10] HALUZA, M. *Přednášky k předmětu: Tekutinové stroje I*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, 2011.
- [11] NECHLEBA, M., HUŠEK, J. *Hydraulické stroje*. 1. vyd. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1966. 386 s.
- [12] BRDIČKA, M., SAMEK, L., TABARA, O. *Kavitace: Diagnostika a technické využití*. 1. vyd. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1981. 332 s.
- [13] Sufficient NPSH Margin Important to Pump Reliability. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://www.waterworld.com/index/display/elp-article-tool-template.articles.waterworld.volume-28.issue-1.departments.pump-tips-techniques.sufficient-npsh-margin-important-to-pump-reliability.html>>
- [14] The DICKOW-Heavy Duty Process Pumps, type NCR. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://dickow.thomasnet.com/item/according-to-br-api-610-9-sup-th-sup-ed-series-ncr/mp-according-to-api-610-9-sup-th-sup-ed-series-ncr/api?&plpver=10&assetid=a1027>>
- [15] ŠPUTA, O., BAJOREK, M. *Metodické pokyny pro návrh induceru článkového čerpadla*. Lutín: SIGMA, Výzkumný a vývojový ústav, 2005. Roční závěrečná zpráva o řešení projektu FF-P2/045
- [16] HALUZA, M. Odborná konzultace. Brno: 2012.

- [17] OVSJANIKOV, B., V., ČEBAJEVSKIJ, V., F. Mašinostrojenie: *Vysokooborotnyje lopatočnyje nanosy*. Moskva: 1975.
- [18] Design of an Inducer Pump with High Suction Performance and Backflow Control. [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <<http://www.adtechnology.co.uk/applications/design-inducer-pump-suction-performance>>
- [19] How to Avoid Damage from Internal "Suction Recirculation". [online]. [cit. 2012-05-15]. Dostupný z WWW: <[http://www.waterworld.com/index/display/article-display/6464587063/articles/waterworld/volume-26/issue-6/departments/pump-tips\\_\\_\\_techniques/how-to\\_avoid\\_damage.html](http://www.waterworld.com/index/display/article-display/6464587063/articles/waterworld/volume-26/issue-6/departments/pump-tips___techniques/how-to_avoid_damage.html)>
- [20] FLEISCHNER, P., NECHLEBA, M. Hydromechanika lopatkových strojů. 2. vyd. Brno: Rektorát VUT v Brně, 1979. 254 s.
- [21] POCHYLÝ, F., STEJSKAL, J., HALUZA, M., RUDOLF, P. *Hydraulický návrh induceru*. Brno: 2011. 43 s. Výzkumná zpráva. Číslo dokumentu: VUT-EU 13303-QR-20-11
- [22] RUDOLF, P. Přednášky k předmětu: *Výpočtové modelování proudění*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, 2012.

## 12 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

### Seznam zkratk:

CFD	numerické modelování proudění (Computational Fluid Dynamics)
EČR	Eulerova čerpadlová rovnice
ER	odvozeno pomocí Eulerovy čerpadlové rovnice
K	kavitace
MFR	přístup k řešení rotujícího objemu (Multiple frame of reference), známý rovněž jako „frozen rotor“
NPSH	čistá sací měrná energie čerpadla v metrech vodního sloupce (Net positive suction head)
ok	oběžné kolo
S	sací strana lopatky
SNG	odvozeno s využitím metody singularit
STV	směr toku vody
sw	software
T	tlačná (tlaková) strana lopatky

### Seznam symbolů:

$a$	konstanta mříže	
$c$	absolutní rychlost .....	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$c_u$	unášivá složka absolutní rychlosti .....	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$c_m$	meridiální složka rychlosti .....	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$D$	průměr .....	$[\text{m}]$
$f_o$	otáčková frekvence .....	$[\text{s}^{-1}]$
$f_L$	lopatková frekvence .....	$[\text{s}^{-1}]$
$F$	funkce komplexního potenciálu	
$g$	gravitační zrychlení .....	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$
$\Delta h$	kavitační deprese vyjádřená v metrech vodního sloupce .....	$[\text{m}]$
$h$	výška .....	$[\text{m}]$
	konstanta hloubky lopatkové mříže v konformním zobrazení	
$H$ ( $\Delta H$ )	dopravní výška .....	$[\text{m}]$
$H_{gs}$	geodetická sací výška .....	$[\text{m}]$
$k, K$	konstanty	
$L$	délka (induceru) .....	$[\text{m}]$
$l$	vzdálenost na proudnici (na lopatce) .....	$[\text{m}]$
$l$	celková délka proudnice (lopatky) .....	$[\text{m}]$
$M_k$	kroutící moment .....	$[\text{N}\cdot\text{m}]$
$n$	otáčky .....	$[\text{s}^{-1}]$
	normálový vektor	
$p$	tlak .....	$[\text{Pa}]$
$p_w$	tlak nasycených par (kavitační tlak) .....	$[\text{Pa}]$
$p_b$	barometrický tlak .....	$[\text{Pa}]$
$p_m$	manometrický tlak .....	$[\text{Pa}]$
$\Delta p$	tlakový zisk .....	$[\text{Pa}]$
$P$	výkon .....	$[\text{W}]$
$P_0$	příkon .....	$[\text{W}]$
$Q$	průtok .....	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$

$Q_i, Q_{opt}$	návrhový průtok.....	$[m^3 \cdot s^{-1}]$
$R, r$	poloměr.....	$[m]$
$S$	stoupání šroubové plochy .....	$[m]$
$S_{\odot}$	průtočná plocha mezikruží.....	$[m^2]$
$\bar{S}$	výpočtová, proudová (válcová) plocha	
$u$	unášivá (obvodová) rychlost.....	$[m \cdot s^{-1}]$
$v$	relativní rychlost .....	$[m \cdot s^{-1}]$
$v_{\infty}$	rychlost paralerního proudu .....	$[m \cdot s^{-1}]$
$v_{in}$	indukovaná rychlost.....	$[m \cdot s^{-1}]$
$v_{inlet}$	vstupní rychlost.....	$[m \cdot s^{-1}]$
$w$	relativní rychlost .....	$[m \cdot s^{-1}]$
$x_1$	poloha vstupní hrany lopatky.....	$[m]$
$x_2$	poloha výstupní hrany lopatky.....	$[m]$
$y_s$	poloha sacího hrdla čerpadla vzhledem k ose.....	$[m]$
$y^+(wall \ y^+)$	stěnová funkce	
$Y$	měrná energie, celková (ok čerpadla+induceru) .....	$[J \cdot kg^{-1}]$
$Y_{ok}$	měrná energie, dodávaná ok čerpadla.....	$[J \cdot kg^{-1}]$
$Y_i$	měrná energie induceru.....	$[J \cdot kg^{-1}]$
	měrná energie na válcové ploše o poloměru $r_i$	
$Y_p$	tlaková měrná energie.....	$[J \cdot kg^{-1}]$
$\Delta Y$	zisk měrné energie .....	$[J \cdot kg^{-1}]$
$\Delta y$	kavitační deprese .....	$[J \cdot kg^{-1}]$
$z$	počet lopatek	
$\beta$	úhel lopatky (relativní rychlosti).....	$[^\circ]$
$\bar{\beta}$	doplňkový úhel k úhlu $\beta$ .....	$[^\circ]$
$\gamma$	úhel sklonu vstupní hrany lopatky induceru .....	$[^\circ]$
$\delta$	tloušťka lopatky .....	$[m]$
$\zeta$	rovina konformního zobrazení	
$\eta$	účinnost.....	$[-]$
	souřadnice konformního zobrazení	
$\eta_h$	hydraulická účinnost.....	$[-]$
$\eta_{h_{ok}}$	hydraulická účinnost ok čerpadla .....	$[-]$
$\eta_{h_i}$	hydraulická účinnost induceru (na proudové ploše) .....	$[-]$
$\vartheta$	úhel náběhu.....	$[^\circ]$
$\mu$	poměr délek	
$\xi$	souřadnice konformního zobrazení	
$\rho$	hustota pracovní kapaliny .....	$[kg \cdot m^{-3}]$
$\sigma$	Thomův kavitační součinitel.....	$[-]$
	meridiální souřadnice válcové plochy	
$\Phi$	potenciální funkce	
$\Psi$	proudová funkce	
$\varphi$	úhel opásání .....	$[^\circ]$
$\omega$	úhlová rychlost .....	$[rad \cdot s^{-1}]$

### Seznam indexů:

<i>A</i>	poskytovaný (available)
<i>i</i>	index označující výpočtovou, proudovou (válcovou) plochu; respektive proudnici na této ploše
<i>R</i>	požadovaný (required)
<i>s</i>	sání, sací hrdlo
<i>t</i>	tlaková
<i>z</i>	ztráty
<i>atm</i>	atmosferický
<i>dov</i>	dovolená
<i>krit</i>	kritická
<i>lop</i>	lopatka
<i>max</i>	maximální
<i>min</i>	minimální
<i>náb</i>	náboj
<i>opt</i>	optimální
<i>poč</i>	počátek
<i>per</i>	perimetr
<i>stat</i>	statický
<i>stř</i>	střední
<i>tot</i>	totální

## 13 SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

### Seznam obrázků

Obr. 2. 1	Kavitace na lopatkách lodního šroubu [4] .....	5
Obr. 2. 2	Proces zániku-imploze kavitační bubliny v blízkosti pevného povrchu [4] ...	6
Obr. 3. 1	Kavitační opotřebení vstupní hrany lopatky oběžného kola hydrodynamického čerpadla [9] .....	9
Obr. 3. 2	Průběh tlaku po proudnici v mezilopatkovém kanále odstředivého čerpadla [10] .....	10
Obr. 3. 3	Průběh statického tlaku na lopatce radiálního oběžného kola v závislosti na poloměru $R$ při různém poměrném průtoku $Q/Q_i$ [1] .....	10
Obr. 3. 4	Počátek kavitace na lopatce oběžného kola - rychlostní trojúhelník před vstupní hranou lopatek oběžného kola při $\alpha = 90^\circ$ [1] .....	11
Obr. 3. 5	Křivky počátku kavitace [1] .....	12
Obr. 3. 6	Kinematické poměry v oběžném kole čerpadla [8] .....	13
Obr. 3. 7	Schéma energetických poměrů v sání čerpadla [8].....	15
Obr. 3. 8	Strhávací křivka čerpadla $\Delta y - Y$ [1] .....	17
Obr. 3. 9	Způsoby zlepšení kavitačních vlastností odstředivých čerpadel [8].....	21
Obr. 4. 1	Meridiální řez oběžného kola odstředivého čerpadla s inducerem .....	22
Obr. 4. 2	Vliv induceru na parametr $NPSHR$ ( $\Delta y_{krit}$ ) [13, 14] .....	22
Obr. 4. 3	Natékání vstupní hrany lopatky [15] .....	24
Obr. 4. 4	Schéma obtékání mříže desek s místním odtržením mezní vrstvy [15] .....	26
Obr. 4. 5	Zpětné proudění v oblasti sání čerpadla jako důsledek nevyrovnaného tlakového pole za inducerem [19] .....	27
Obr. 5. 1	Meridiální řez ok induceru s vyznačením výpočtové (válcové) plochy.....	31
Obr. 5. 2	Rychlostní trojúhelníky .....	32
Obr. 6. 1	Transformace souřadnic z válcové plochy do roviny [20] .....	38
Obr. 6. 2	Konformní zobrazení střední čáry profilu lopatky .....	39
Obr. 7. 1	Deformace lopatky v blízkosti jeho náboje-návrh dle p-konst (ER).....	47
Obr. 7. 2	Srovnání originální a upravené geometrie lopatky.....	48
Obr. 7. 3	Úprava náběžné a odtokové hrany lopatky .....	48
Obr. 7. 4	Rozbor proudění za odtokovou hranou lopatky .....	51
Obr. 8. 1	Poloha vyhodnocovacích rovin $z = konst$ .....	55
Obr. 14. 1	p-konst (ER): Základní pohled na ok induceru .....	75
Obr. 14. 2	p-konst (ER): Pohled na tlačnou stranu lopatek .....	75
Obr. 14. 3	p-konst (ER): Pohled na sací stranu lopatek .....	75
Obr. 14. 4	Y-konst (ER): Základní pohled na ok induceru .....	76
Obr. 14. 5	Y-konst (ER): Pohled na sací stranu lopatek.....	76
Obr. 14. 6	Y-konst (ER): Pohled na tlačnou stranu lopatek .....	76
Obr. 14. 7	p-konst (SNG): Základní pohled na ok induceru .....	77
Obr. 14. 8	p-konst (SNG): Pohled na sací stranu lopatek.....	77
Obr. 14. 9	p-konst (SNG): Pohled na tlačnou stranu lopatek .....	77
Obr. 14. 10	Průběh tlakového zisku po délce lopatky induceru $z = 2$ na středním poloměru $r_{stř} = 0,114\text{ m}$ s uvažováním hydraulické účinnosti $\eta_h = 0,75$ .....	78
Obr. 14. 11	Model rotující části objemu kapaliny předpřipravený v programu Autodesk Inventor, který je dále importován do programu Gambit. ....	79
Obr. 14. 12	Příprava dekompozice v programu Autodesk Inventor .....	79



Obr. 14. 13 Pohled na dekompozici rotující části objemu (ROTOR) a mezní vrstvy lopatky, využitá pro geometrii lopatky dle přístupu $p=\text{konst}$ (ER), $Y=\text{konst}$ (ER) .....	80
Obr. 14. 14 Pohled na dekompozici rotující části objemu (ROTOR) a mezní vrstvy lopatky, využitá pro geometrii lopatky dle přístupu $p=\text{konst}$ (SNG).....	80
Obr. 14. 15 Vykreslené vektory rychlosti v prostoru za inducerem (nedochází k přetékání kapaliny ve směru od perimetru ok induceru ( $r_{\max}$ ) k náboji ( $r_{\min}$ )) .....	81
Obr. 14. 16 Rozložení statického tlaku v rovině $z = -100\text{mm}$ .....	81
Obr. 14. 17 Rozložení statického tlaku v rovině $z = -10\text{mm}$ .....	82
Obr. 14. 18 Rozložení statického tlaku v rovině $z = 210\text{mm}$ .....	82
Obr. 14. 19 Rozložení statického tlaku v rovině $z = 250\text{mm}$ .....	83
Obr. 14. 20 Rozložení statického tlaku v rovině $z = 300\text{mm}$ .....	83
Obr. 14. 21 Rozložení statického tlaku na válcové ploše o poloměru $r_{\text{stř}} = 0,114\text{ m}$ u náběžné hrany lopatky .....	84
Obr. 14. 22 Vektory rychlosti vykreslené na válcové ploše o poloměru $r_{\text{stř}} = 0,114\text{ m}$ u náběžné hrany lopatky .....	84
Obr. 14. 23 Rozložení statického tlaku na válcové ploše o poloměru $r_{\text{stř}} = 0,114\text{ m}$ v oblasti odtokové hrany lopatky, upravené seříznutím. ....	85
Obr. 14. 24 Vektory rychlosti vykreslené na válcové ploše o poloměru $r_{\text{stř}} = 0,114\text{ m}$ v oblasti odtokové hrany lopatky .....	85

### Seznam tabulek

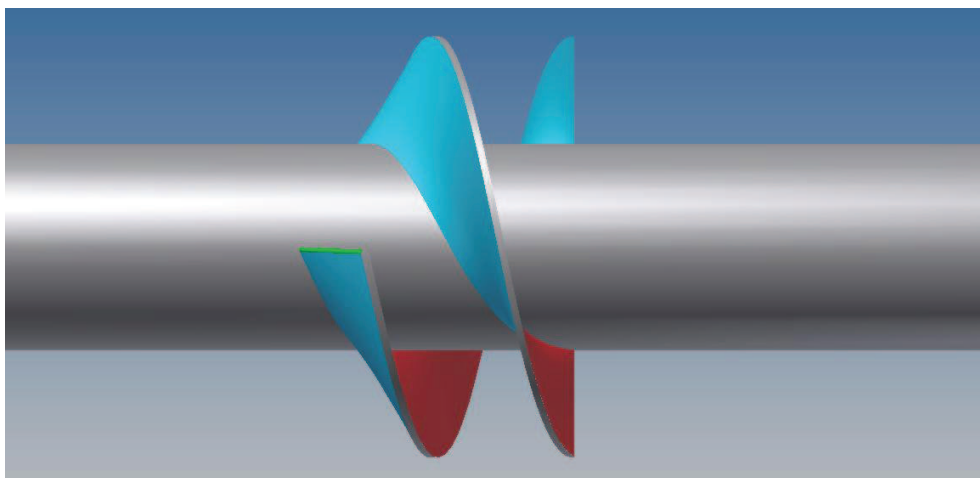
Tab. 5. 1 Základní (zadané) parametry návrhu induceru .....	29
Tab. 5. 2 Doplnující parametry návrhu induceru .....	30
Tab. 9. 1 Hodnoty základních parametrů určené CFD výpočtem.....	61
Tab. 14. 1 $p\text{-konst}$ (ER): Vypočtené hodnoty měrné energie $Y$ , unášivé složky absolutní rychlosti $cu_3$ , vstupních/výstupních úhlů lopatky $\beta_0, \beta_3$ .....	98
Tab. 14. 2 $p\text{-konst}$ (ER): Vypočtené hodnoty základních parametrů konformního zobrazení .....	98
Tab. 14. 3 $p\text{-konst}$ (ER): Souřadnice bodů $x, y, z$ geometrie lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech $r_{\min}, r_{\text{stř}}$ a $r_{\max}$ .....	99
Tab. 14. 4 $Y\text{-konst}$ (ER): Vypočtené hodnoty měrné energie $Y$ , unášivé složky absolutní rychlosti $cu_3$ , vstupních/výstupních úhlů lopatky $\beta_0, \beta_3$ .....	100
Tab. 14. 5 $Y\text{-konst}$ (ER): Vypočtené hodnoty základních parametrů konformního zobrazení .....	100
Tab. 14. 6 $Y\text{-konst}$ (ER): Souřadnice bodů $x, y, z$ geometrie lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech $r_{\min}, r_{\text{stř}}$ a $r_{\max}$ .....	101
Tab. 14. 7 $p\text{-konst}$ (SNG): Souřadnice bodů $x, y, z$ lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech $r_{\min}, r_{\text{stř}}$ a $r_{\max}$ .....	102

### Seznam grafu

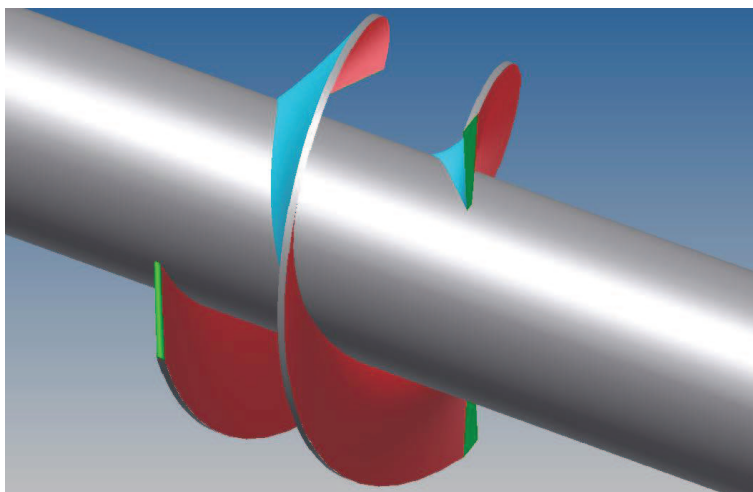
Graf 14. 1 Konformní zobrazení střední čáry profilu lopatky, srovnání přístupů $p=\text{konst(ER)}$ a $Y=\text{konst(ER)}$ .....	78
Graf 14. 2 Závislost tlakové měrné energie $Y_p, i$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $p=\text{konst}$ (ER).....	86
Graf 14. 3 Závislost tlakové měrné energie $Y_p, i$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $p=\text{konst}$ (ER).....	87

Graf 14. 4	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $p=\text{konst}$ (ER) .....	88
Graf 14. 5	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $p=\text{konst}$ (ER) .....	89
Graf 14. 6	Závislost tlakové měrné energie $Y_{p,i}$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $Y=\text{konst}$ (ER) .....	90
Graf 14. 7	Závislost tlakové měrné energie $Y_{p,i}$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $Y=\text{konst}$ (ER) .....	91
Graf 14. 8	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $Y=\text{konst}$ (ER) .....	92
Graf 14. 9	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $Y=\text{konst}$ (ER) .....	93
Graf 14. 10	Závislost tlakové měrné energie $Y_{p,i}$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $p=\text{konst}$ (SNG) .....	94
Graf 14. 11	Závislost tlakové měrné energie $Y_{p,i}$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $p=\text{konst}$ (SNG) .....	95
Graf 14. 12	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině před inducerem, $p=\text{konst}$ (SNG) .....	96
Graf 14. 13	Závislost celkové měrné energie $Y_i$ na poloměru $r_i$ v rovině za inducerem, $p=\text{konst}$ (SNG) .....	97

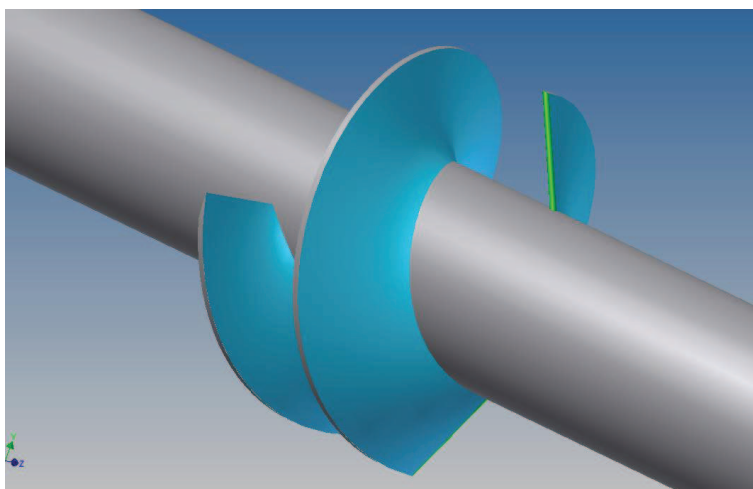
## 14 PŘÍLOHY



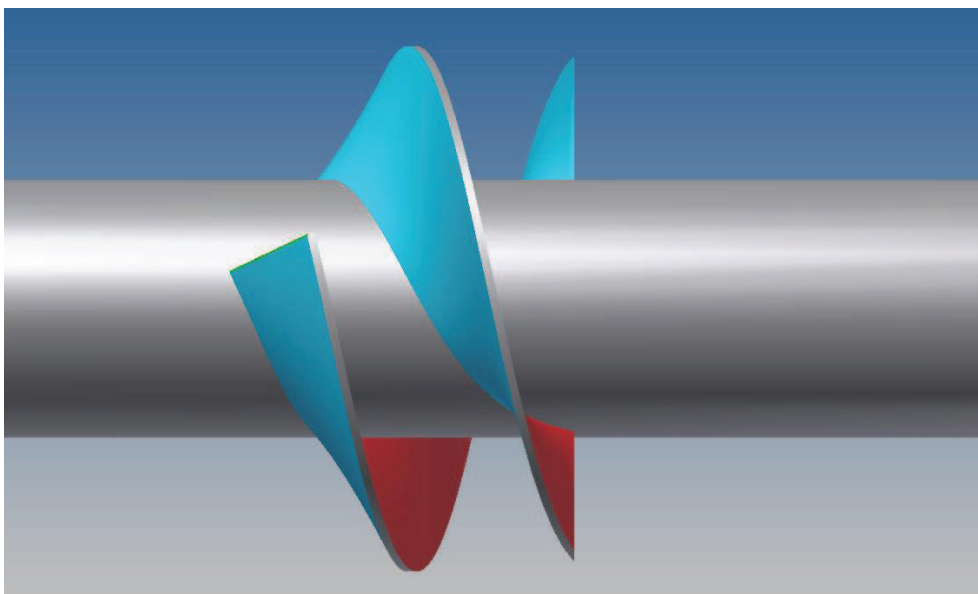
Obr. 14. 1 p-konst (ER): Základní pohled na ok induceru  
(červeně-tlačná strany lopatky; modře-sací strana lopatky)



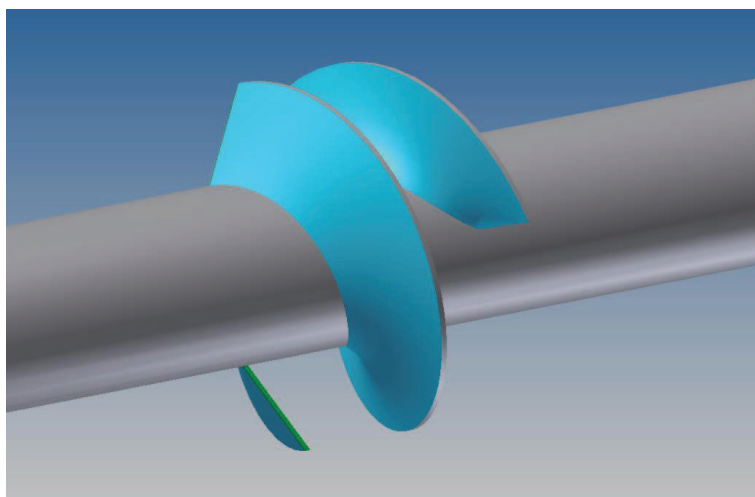
Obr. 14. 2 p-konst (ER): Pohled na tlačnou stranu lopatek



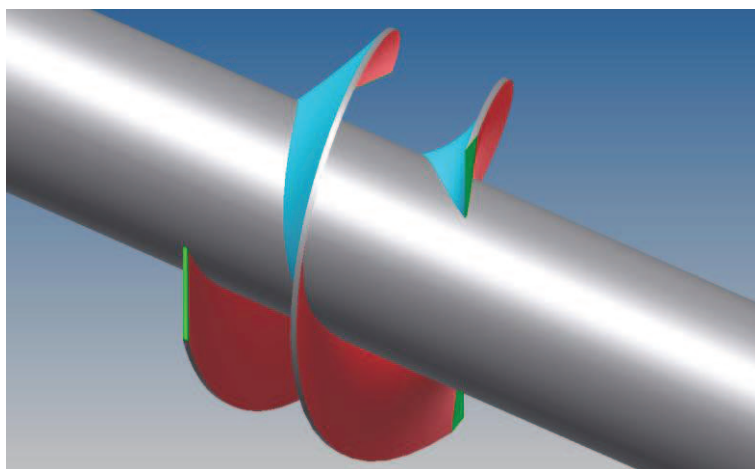
Obr. 14. 3 p-konst (ER): Pohled na sací stranu lopatek



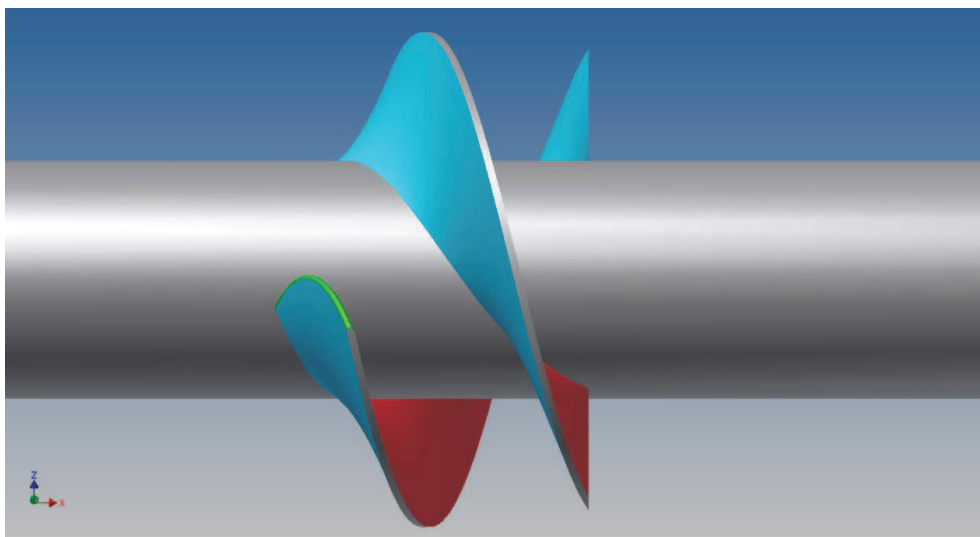
Obr. 14. 4 Y-konst (ER): Základní pohled na ok induceru  
(červeně-tlačná strana lopatky; modře-sací strana lopatky)



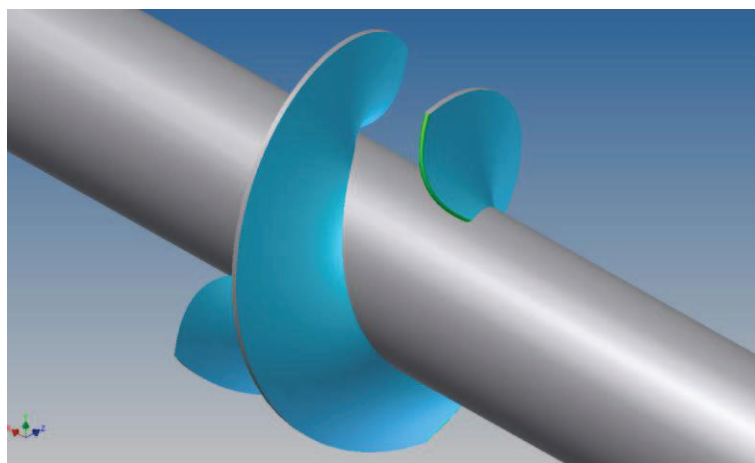
Obr. 14. 5 Y-konst (ER): Pohled na sací stranu lopatek



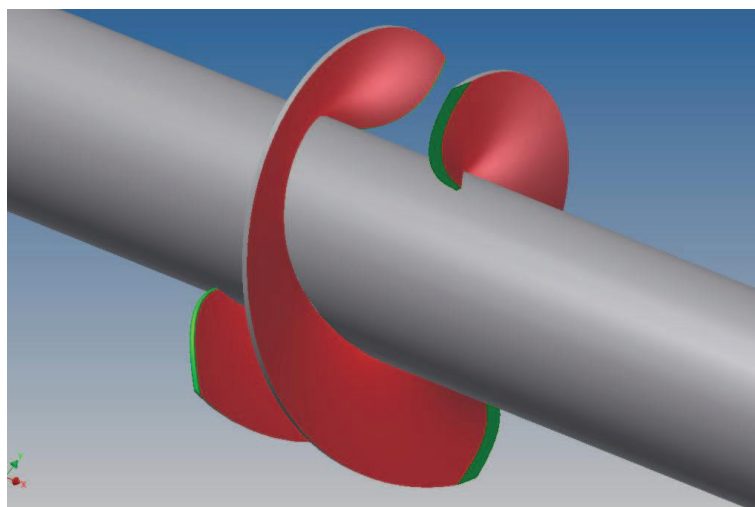
Obr. 14. 6 Y-konst (ER): Pohled na tlačnou stranu lopatek



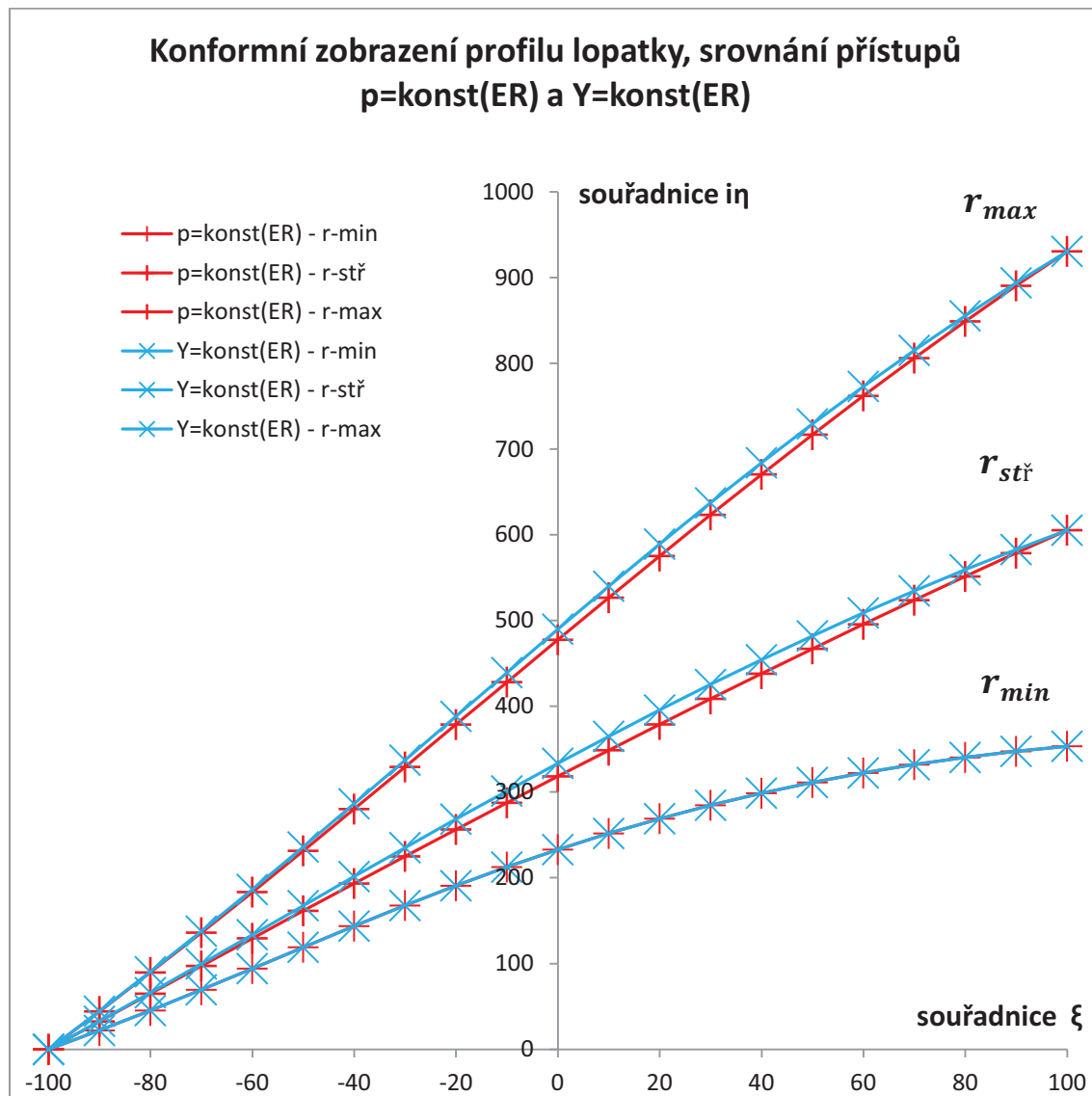
Obr. 14. 7 p-konst (SNG): Základní pohled na ok induceru  
(červeně-tlačná strana lopatky; modře-sací strana lopatky)



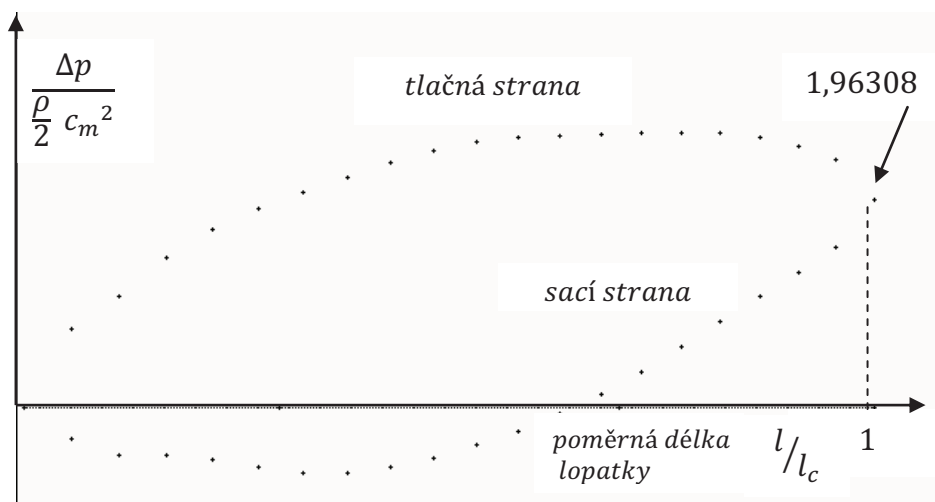
Obr. 14. 8 p-konst (SNG): Pohled na sací stranu lopatek



Obr. 14. 9 p-konst (SNG): Pohled na tlačnou stranu lopatek

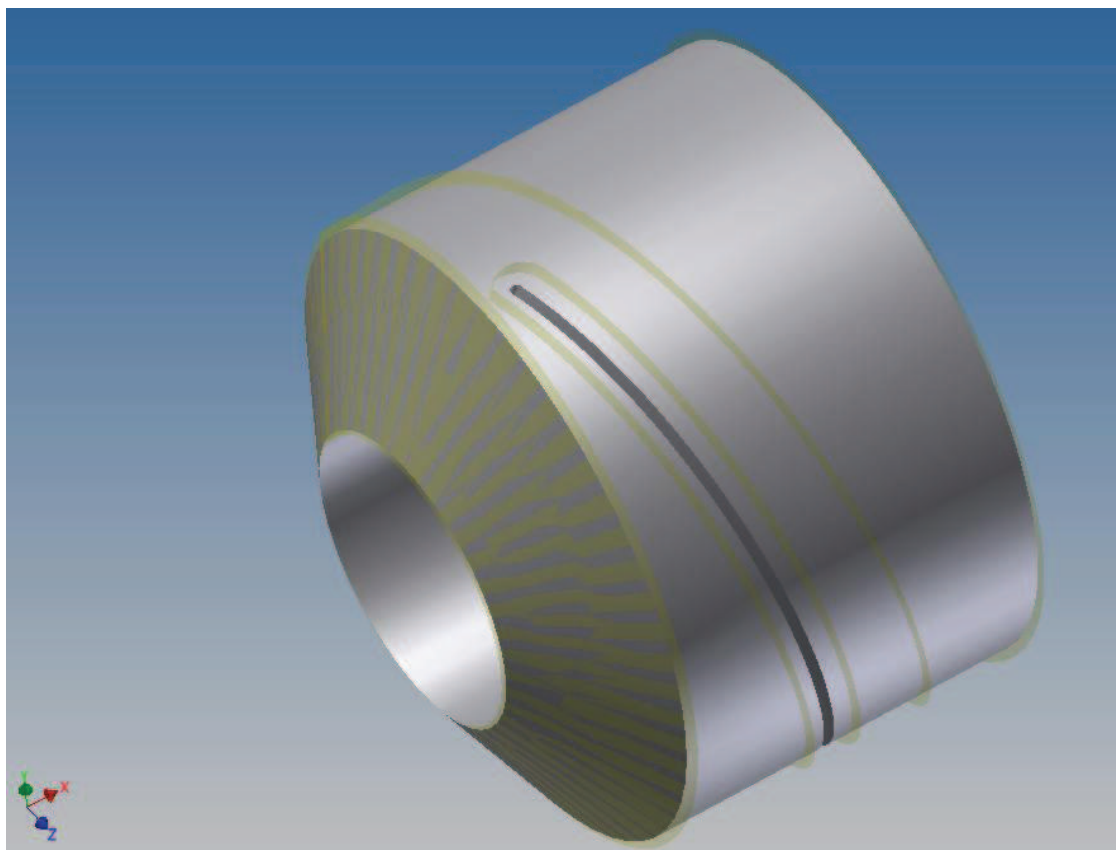


Graf 14. 1 Konformní zobrazení střední čáry profilu lopatky, srovnání přístupů  $p=\text{konst(ER)}$  a  $Y=\text{konst(ER)}$

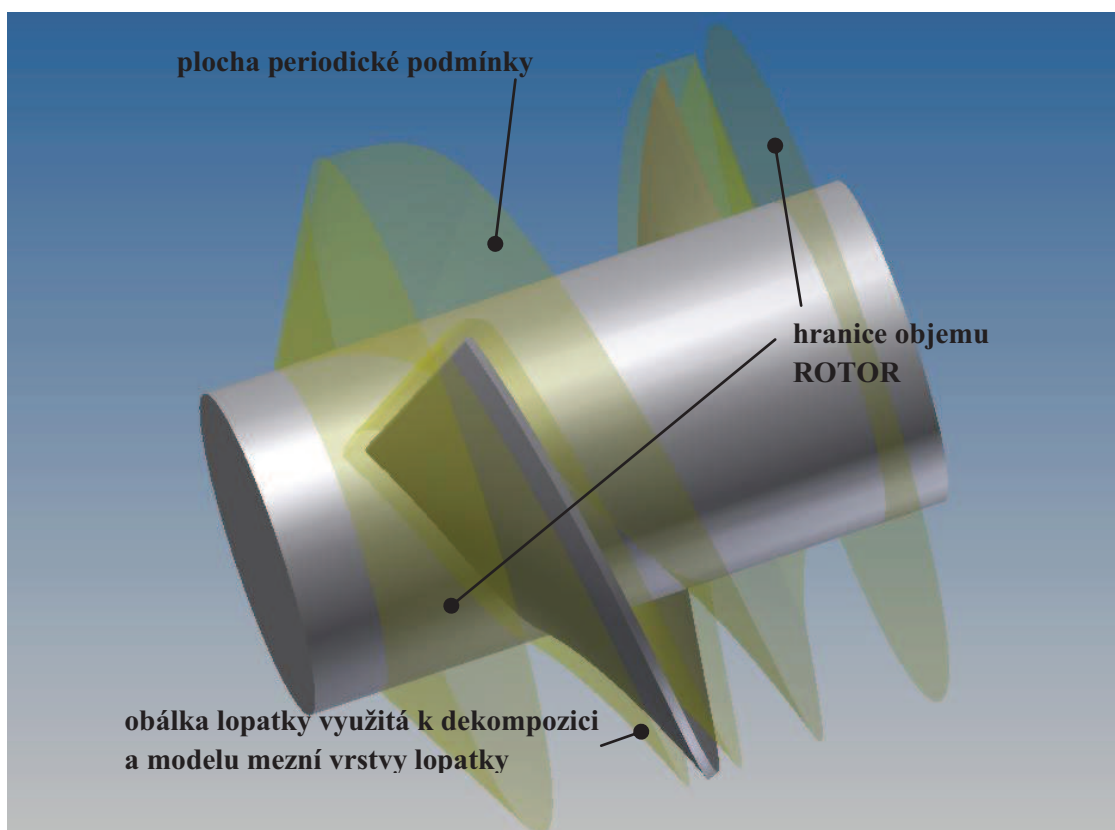


Obr. 14. 10 Průběh tlakového zisku po délce lopatky induceru ( $z = 2$ ) na středním poloměru ( $r_{\text{stř}} = 0,114 \text{ m}$ ) s uvažováním hydraulické účinnosti  $\eta_h = 0,75$ .



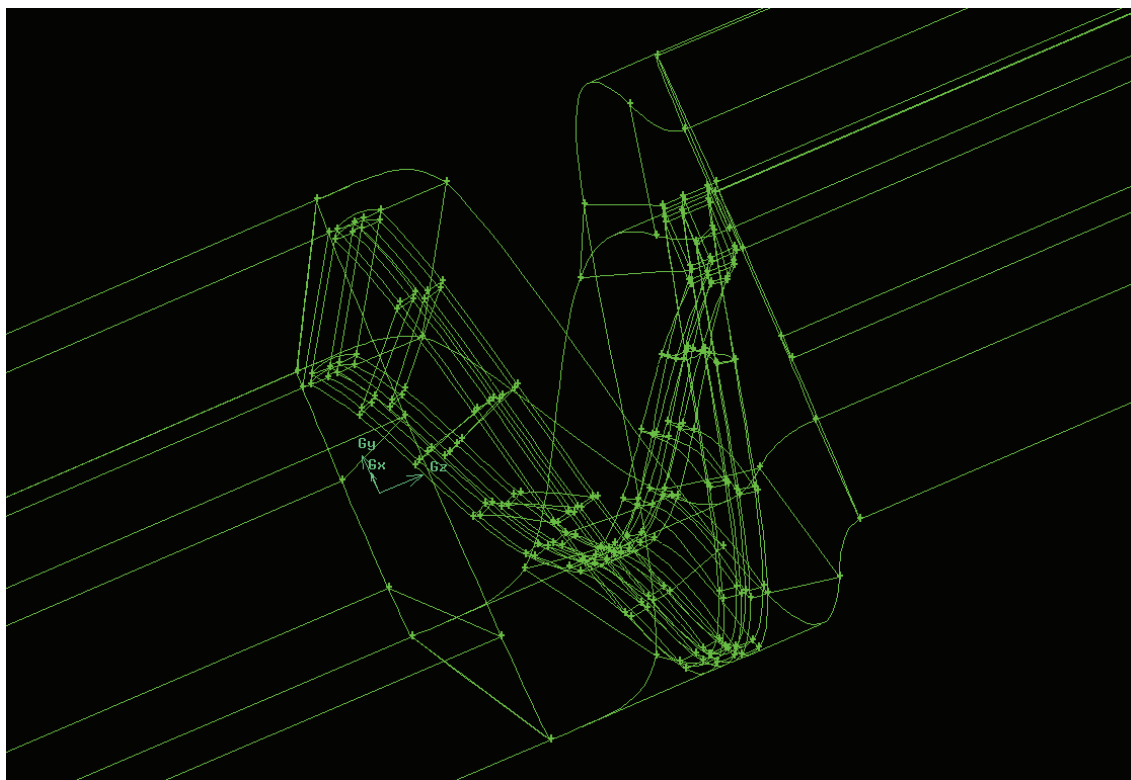


Obr. 14. 11 Model rotující části objemu kapaliny předpřipravený v programu Autodesk Inventor, který je dále importován do programu Gambit.

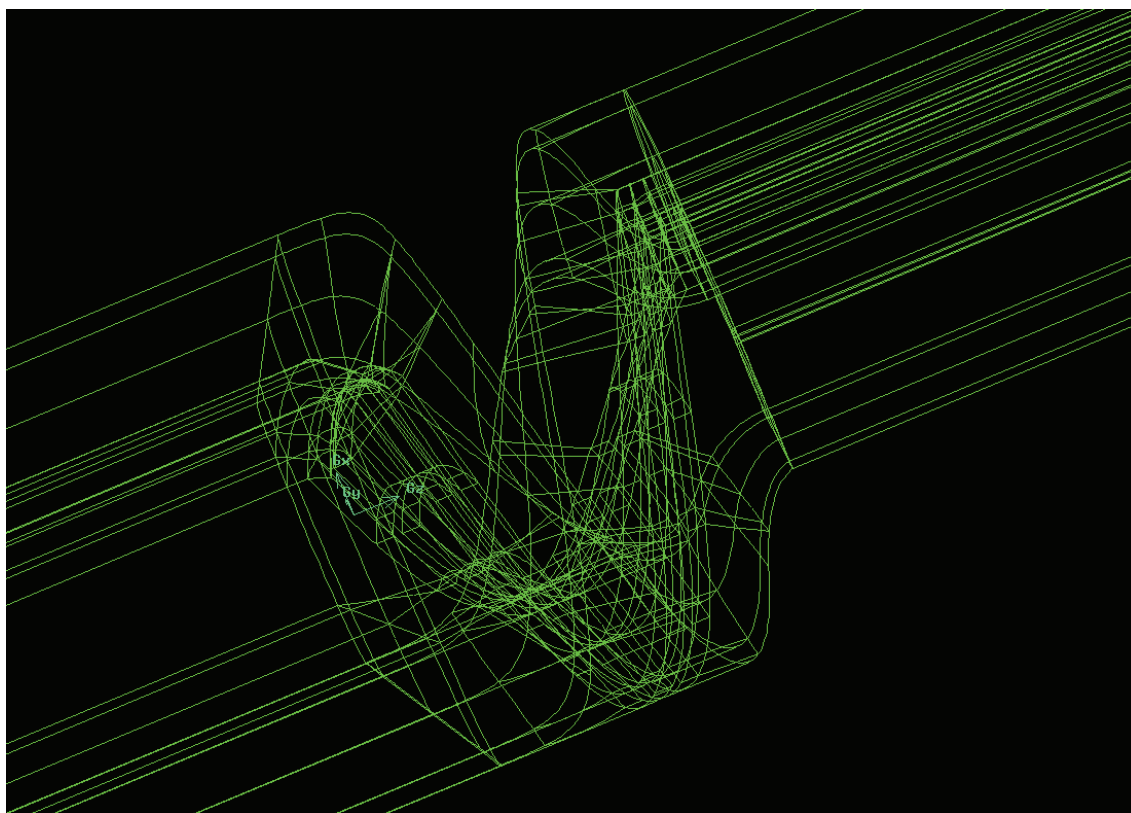


Obr. 14. 12 Příprava dekompozice v programu Autodesk Inventor

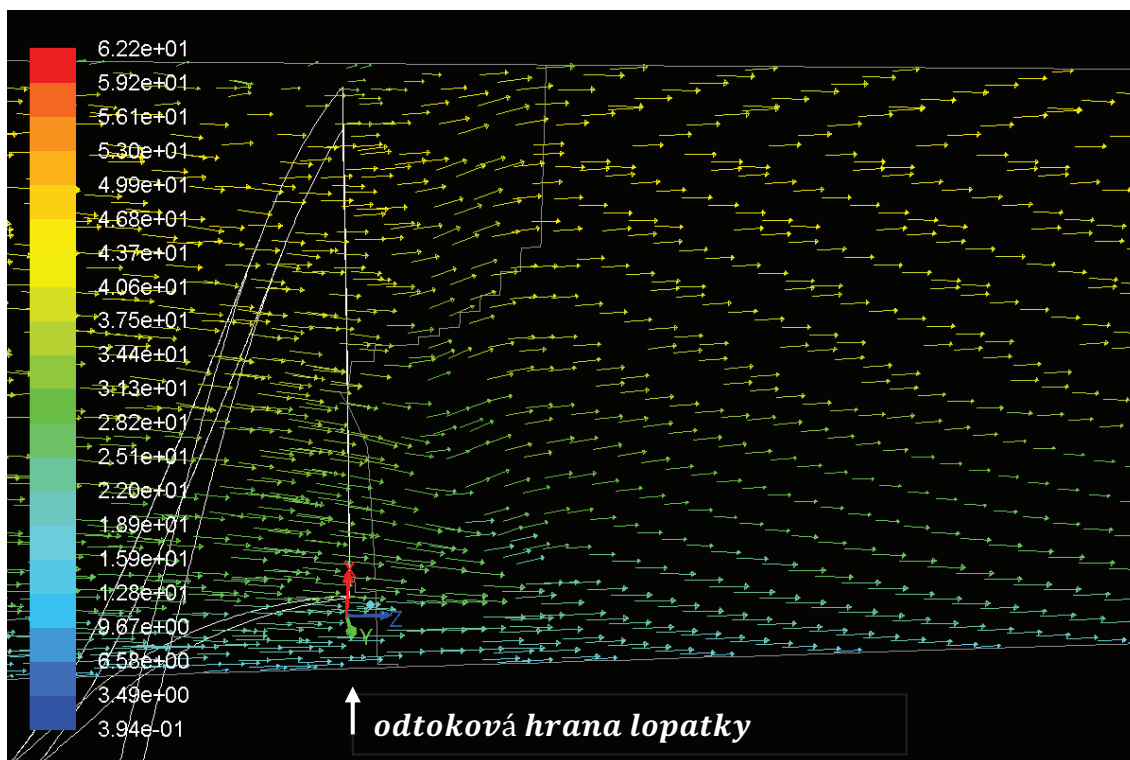




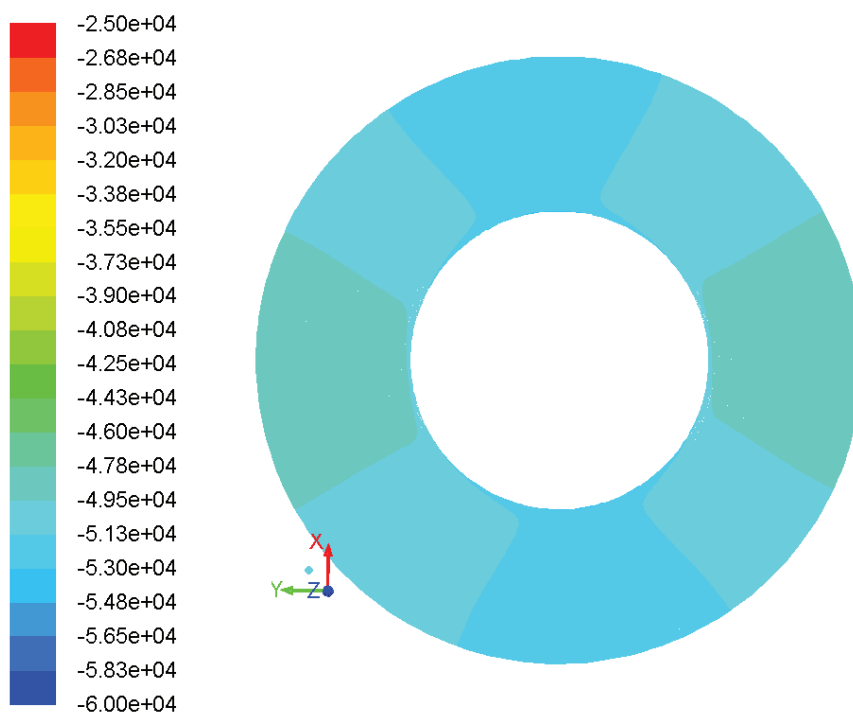
Obr. 14. 13 Pohled na dekompozici rotující části objemu (ROTOR) a mezní vrstvy lopatky, využitá pro geometrii lopatky dle přístupu  $p=\text{konst}$  (ER),  $Y=\text{konst}$  (ER)



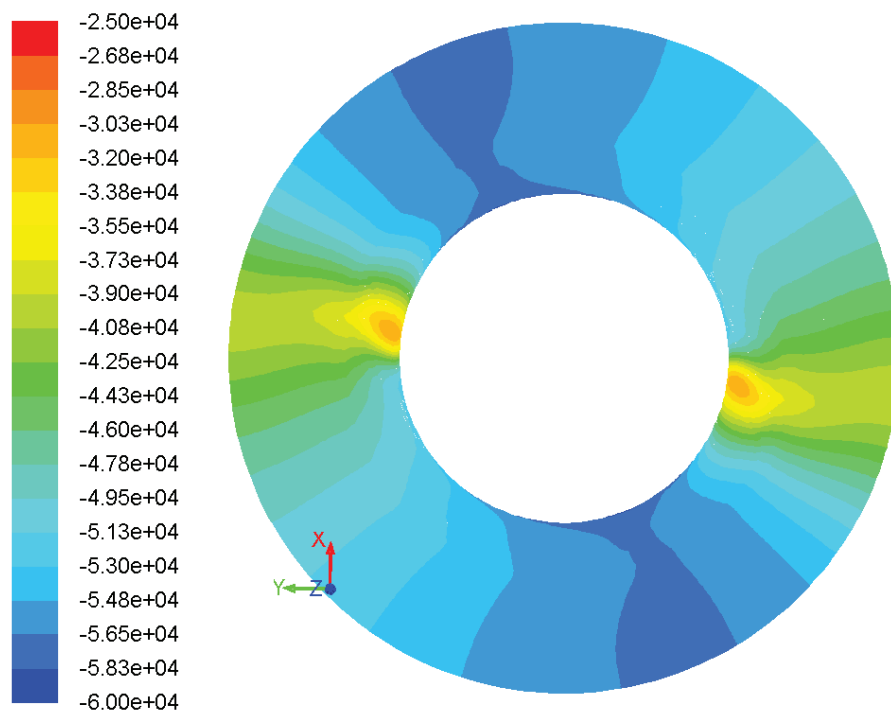
Obr. 14. 14 Pohled na dekompozici rotující části objemu (ROTOR) a mezní vrstvy lopatky, využitá pro geometrii lopatky dle přístupu  $p=\text{konst}$  (SNG)



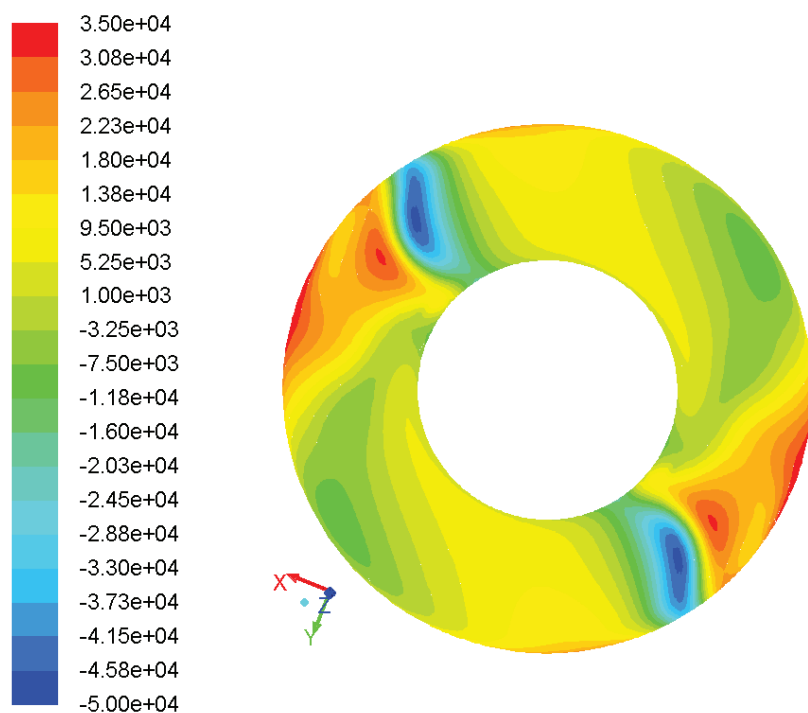
Obr. 14. 15 Vykreslené vektory rychlosti v prostoru za inducerem (nedochází k přetékání kapaliny ve směru od perimetru ok induceru ( $r_{max}$ ) k náboji ( $r_{min}$ ))



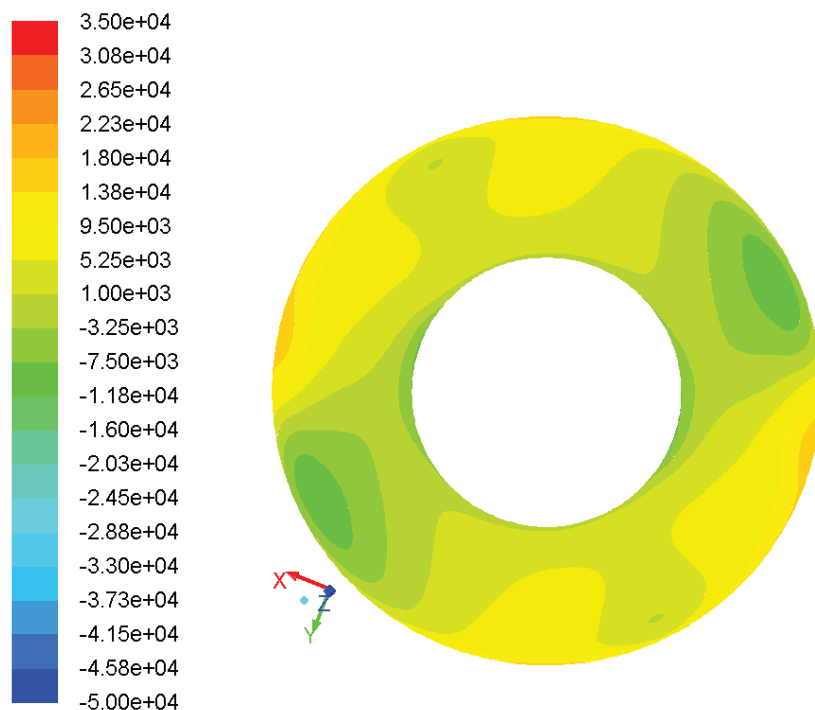
Obr. 14. 16 Rozložení statického tlaku v rovině  $z = -100mm$  (100mm před náběžnou hranou lopatky)



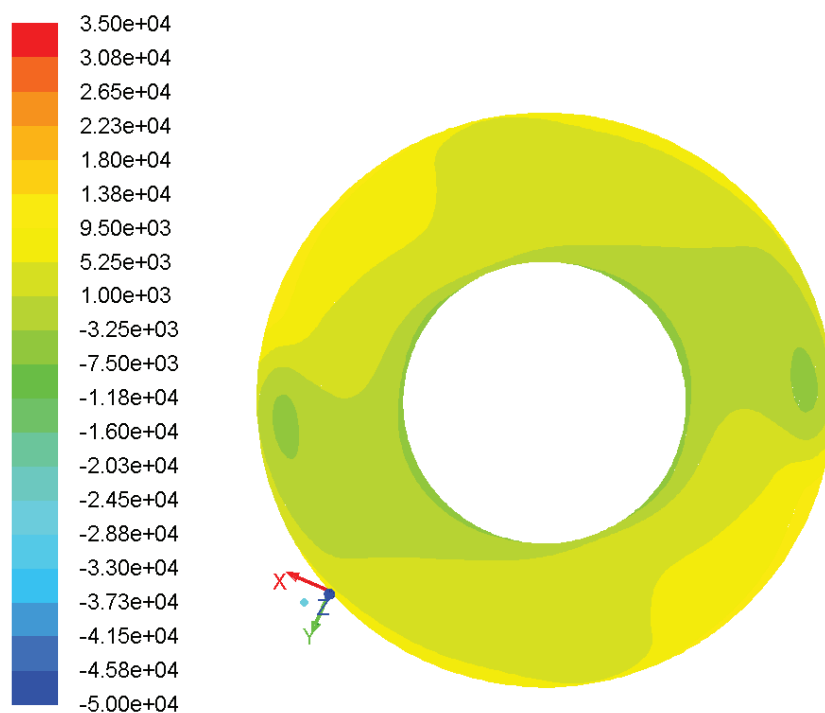
Obr. 14. 17 Rozložení statického tlaku v rovině  $z = -10\text{mm}$  (10mm před náběžnou hranou lopatky)



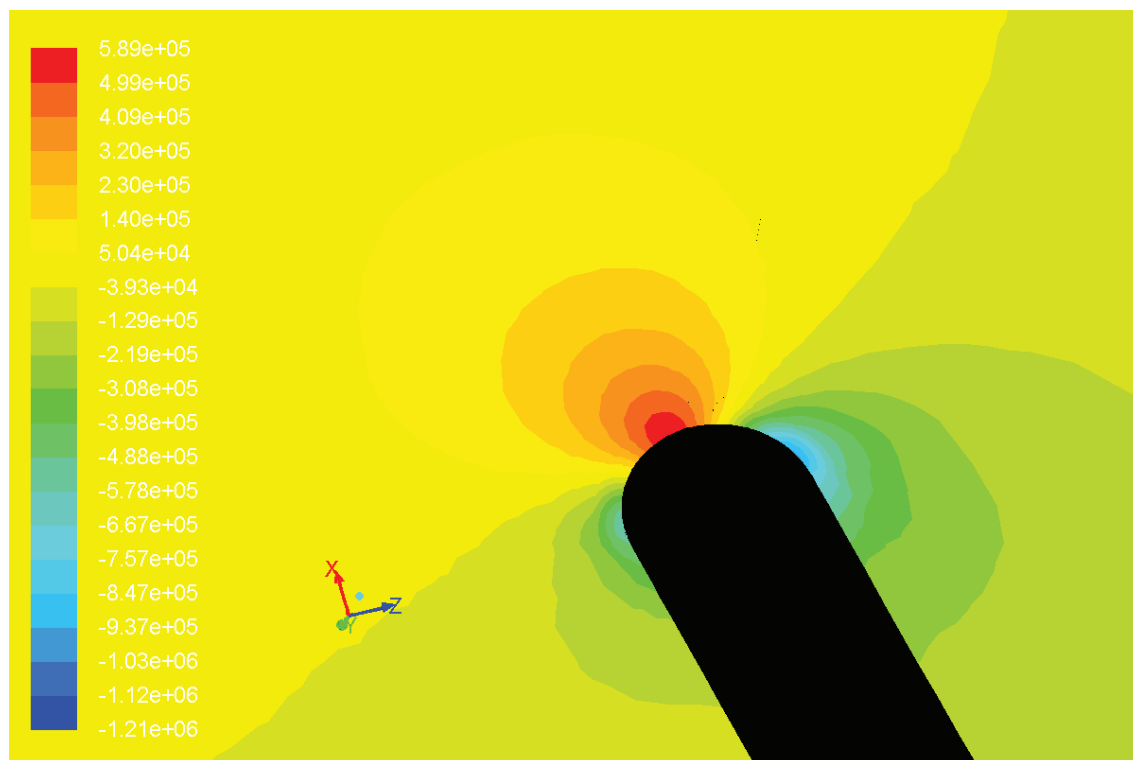
Obr. 14. 18 Rozložení statického tlaku v rovině  $z = 210\text{mm}$  (10mm za odtokovou hranou lopatky)



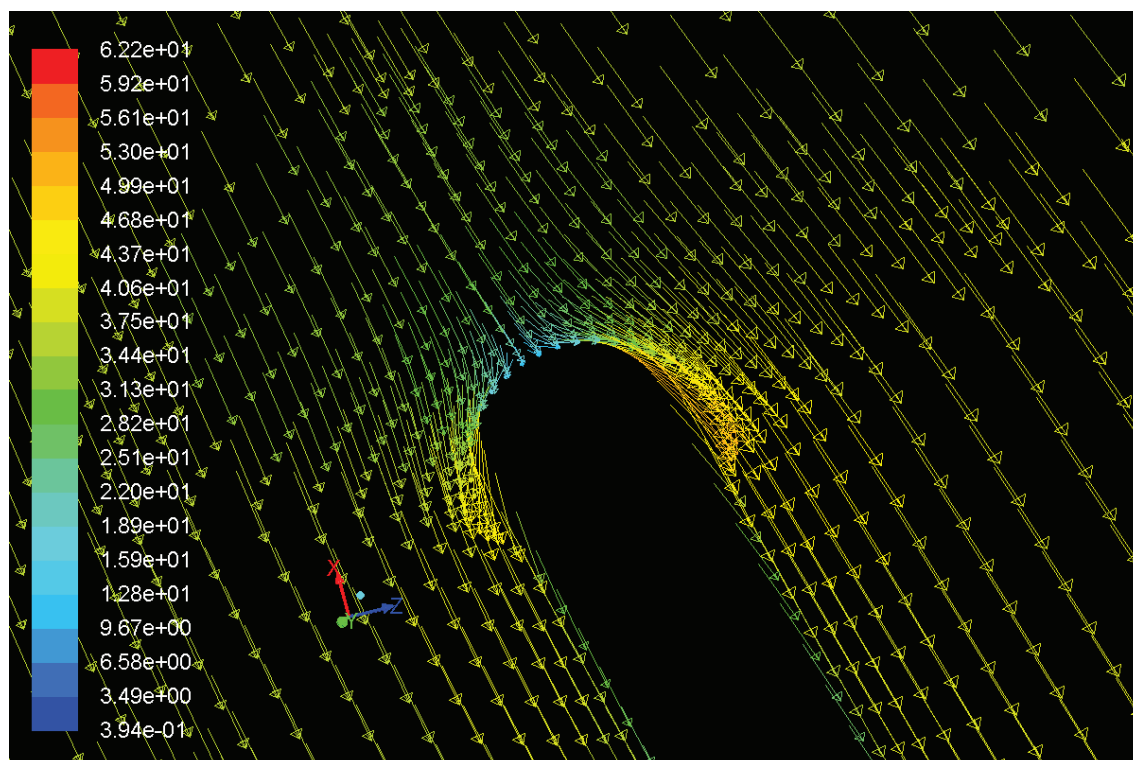
Obr. 14. 19 Rozložení statického tlaku v rovině  $z = 250\text{mm}$  (50mm za odtokovou hranou lopatky)



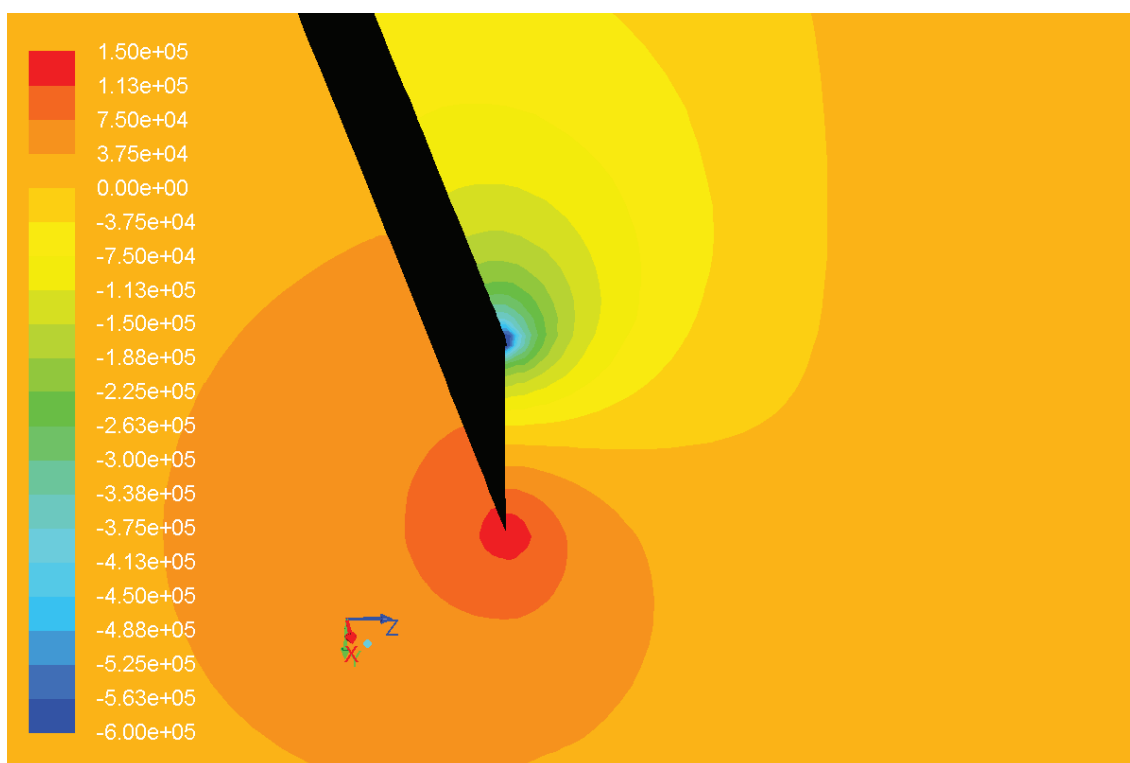
Obr. 14. 20 Rozložení statického tlaku v rovině  $z = 300\text{mm}$  (100mm za odtokovou hranou lopatky)



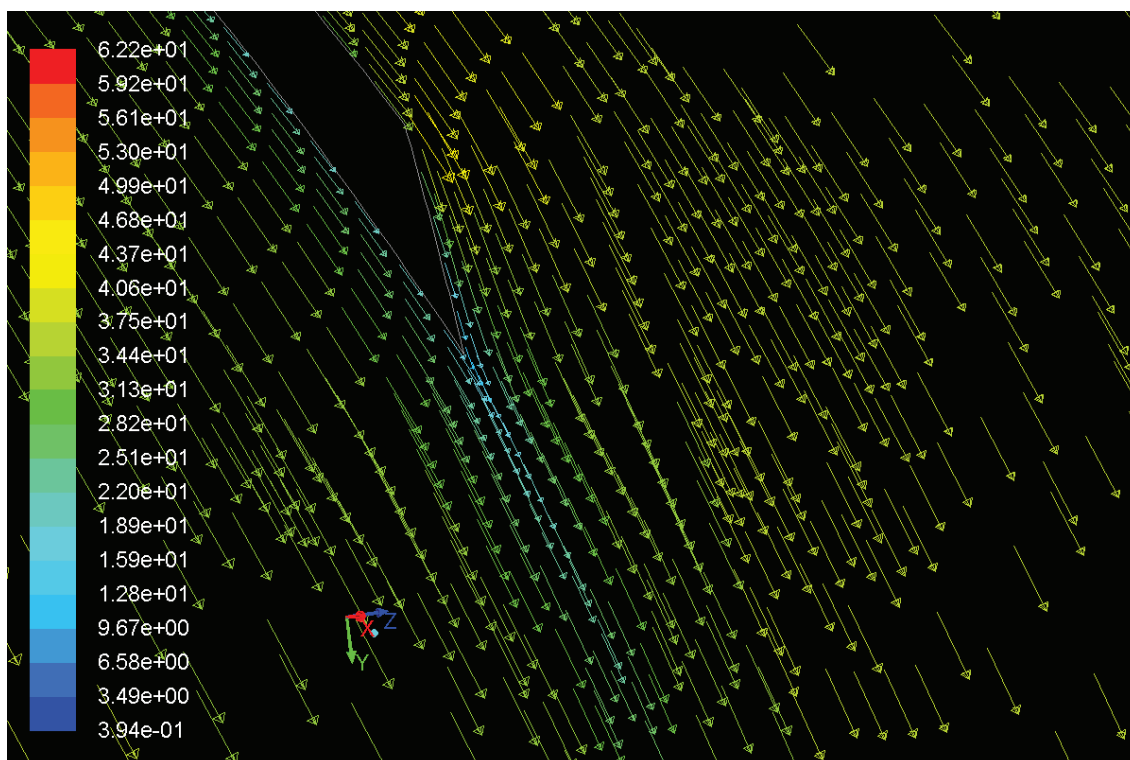
Obr. 14. 21 Rozložení statického tlaku na válcové ploše o poloměru  $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$  u náběžné hrany lopatky (bezrázový vstup)



Obr. 14. 22 Vektory rychlosti vykreslené na válcové ploše o poloměru  $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$  u náběžné hrany lopatky (bezrázový vstup)

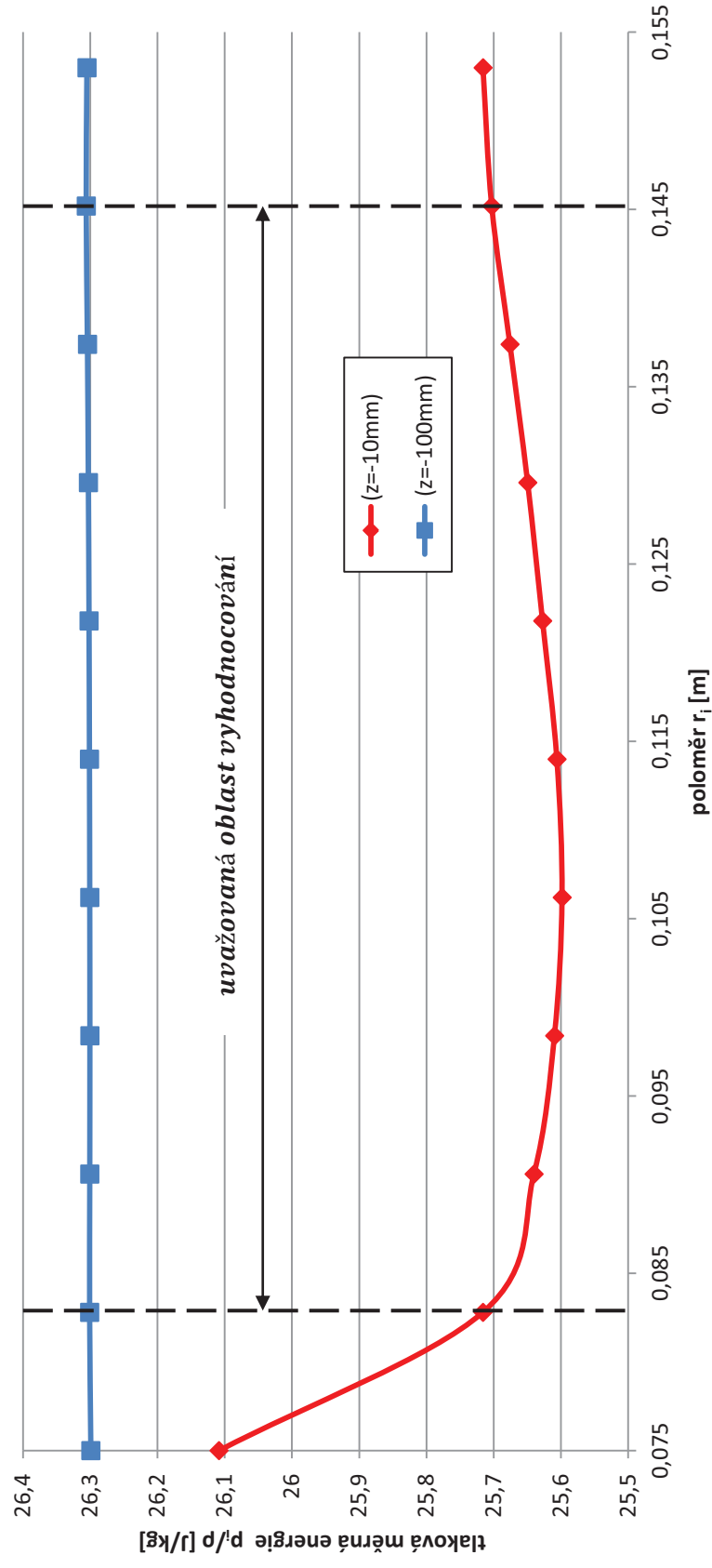


Obr. 14. 23 Rozložení statického tlaku na válcové ploše o poloměru  $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$  v oblasti odtokové hrany lopatky, upravené seříznutím.



Obr. 14. 24 Vektory rychlosti vykreslené na válcové ploše o poloměru  $r_{stř} = 0,114 \text{ m}$  v oblasti odtokové hrany lopatky

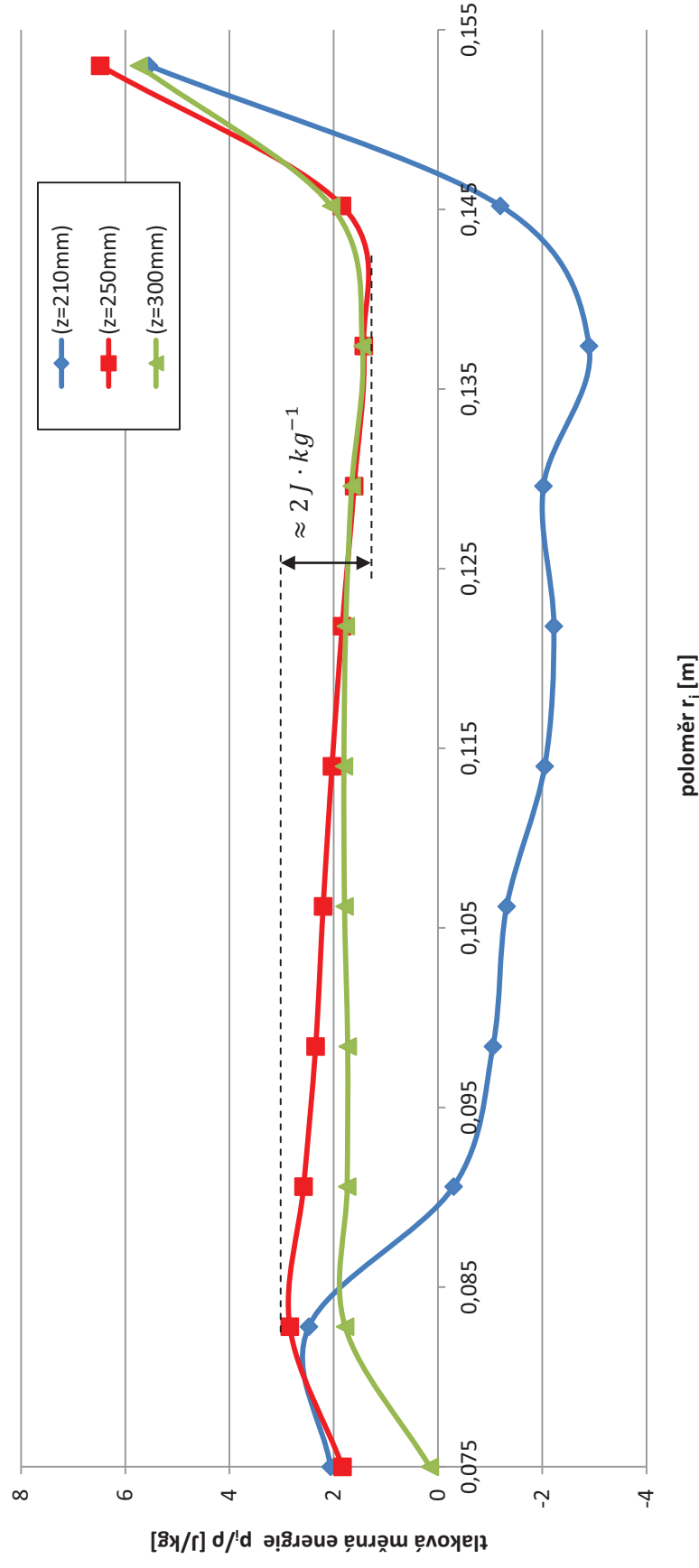
### Závislost $p_i/\rho=f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $p=\text{konst}(ER)$ )



Graf 14. 2 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $p=\text{konst}$  (ER)

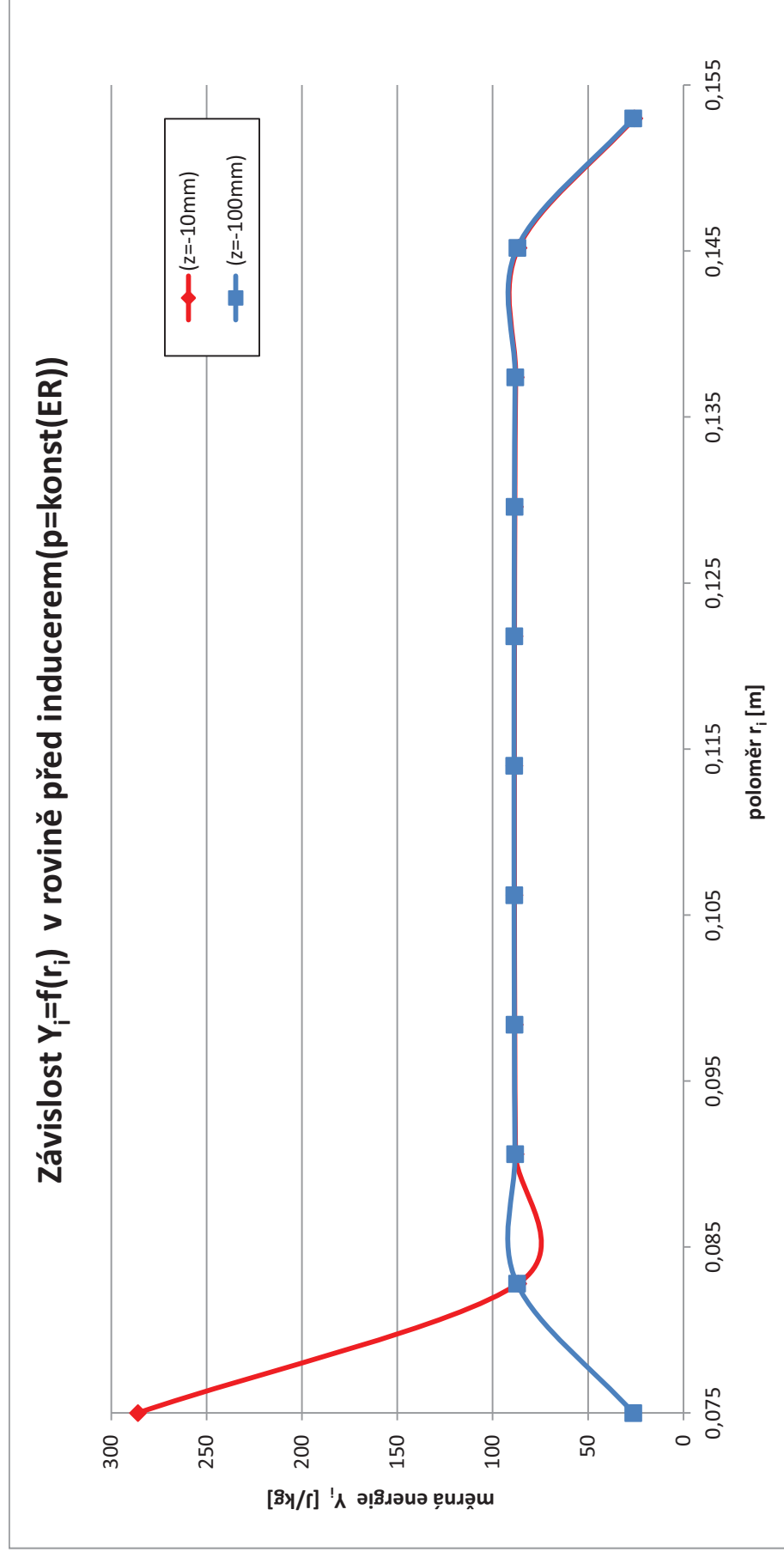


## Závislost $p_i/p=f(r_i)$ v rovině za inducerem ( $p=\text{konst}(ER)$ )



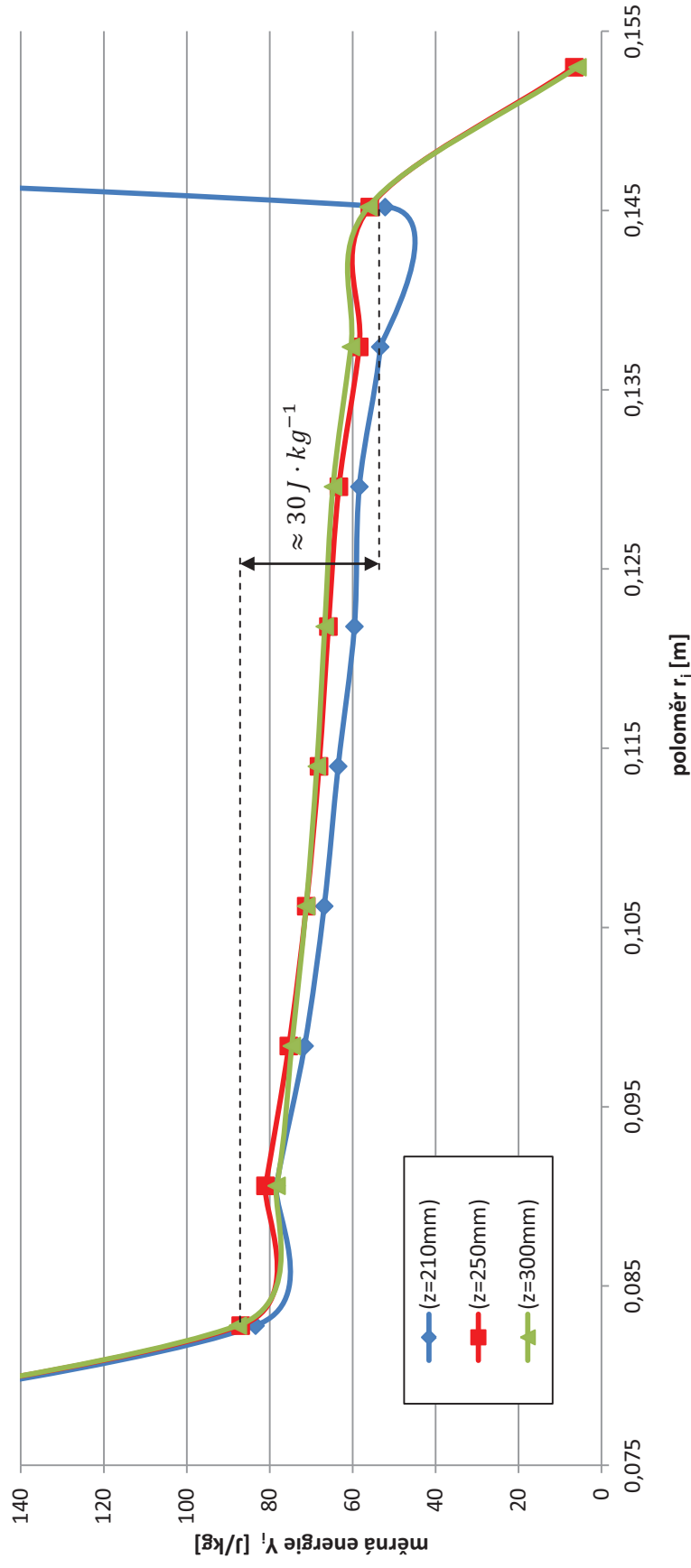
Graf 14. 3 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $p=\text{konst}$  (ER)

### Závislost $Y_i = f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $p = \text{konst}(ER)$ )



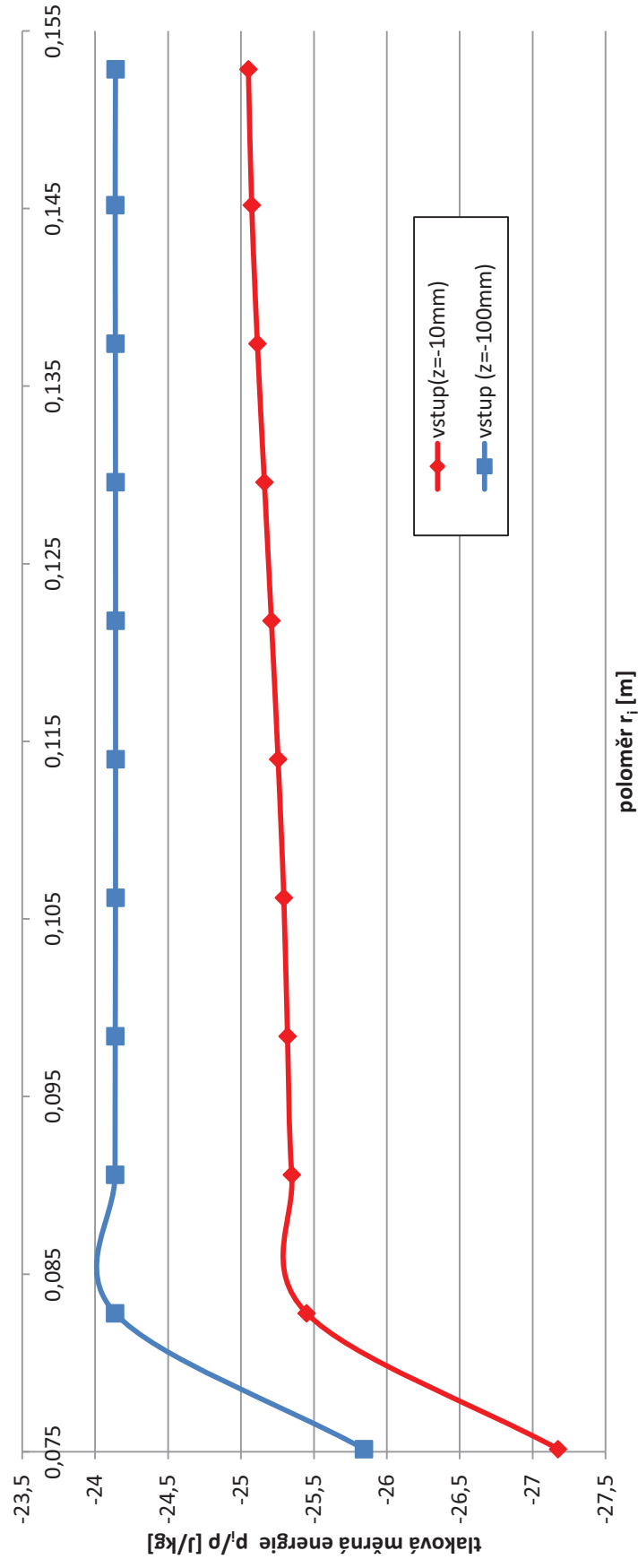
Graf 14. 4 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $p = \text{konst}(ER)$

## Závislost $Y_i=f(r_i)$ v rovině za inducerem ( $p=\text{konst}(ER)$ )



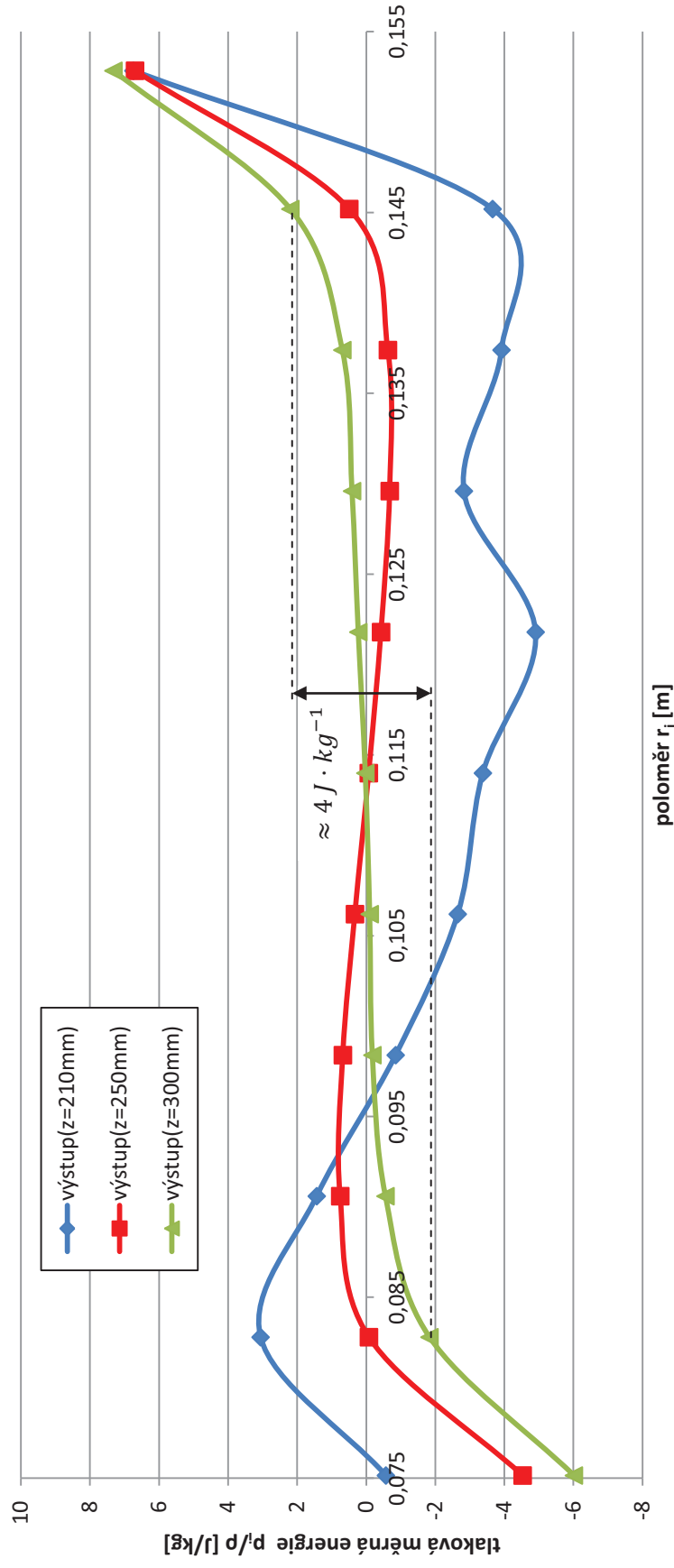
Graf 14. 5 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $p=\text{konst}$  (ER)

### Závislost $p_i/\rho = f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $Y = \text{konst}(ER)$ )



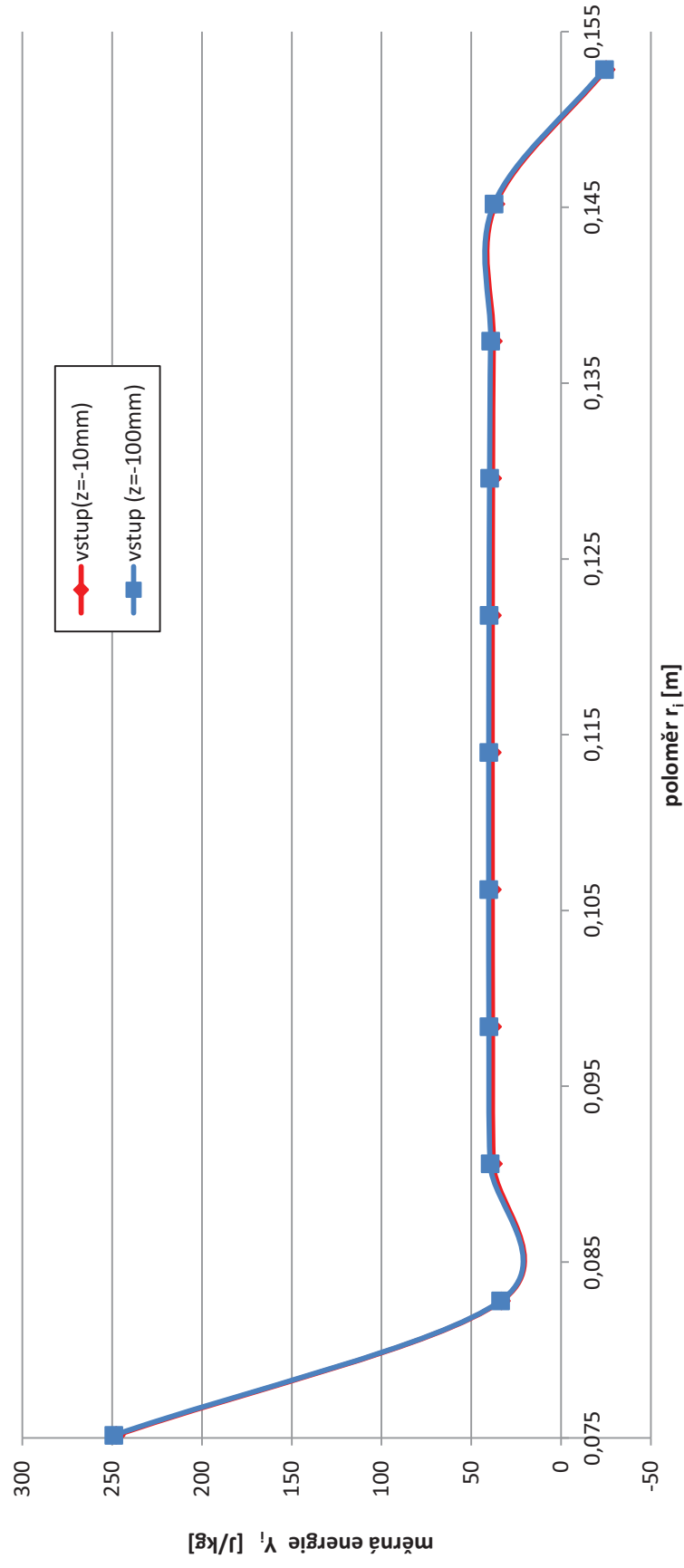
Graf 14. 6 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $Y = \text{konst}(ER)$

## Závislost $p_i/\rho = f(r_i)$ v rovině za inducerem ( $Y = \text{konst}(ER)$ )



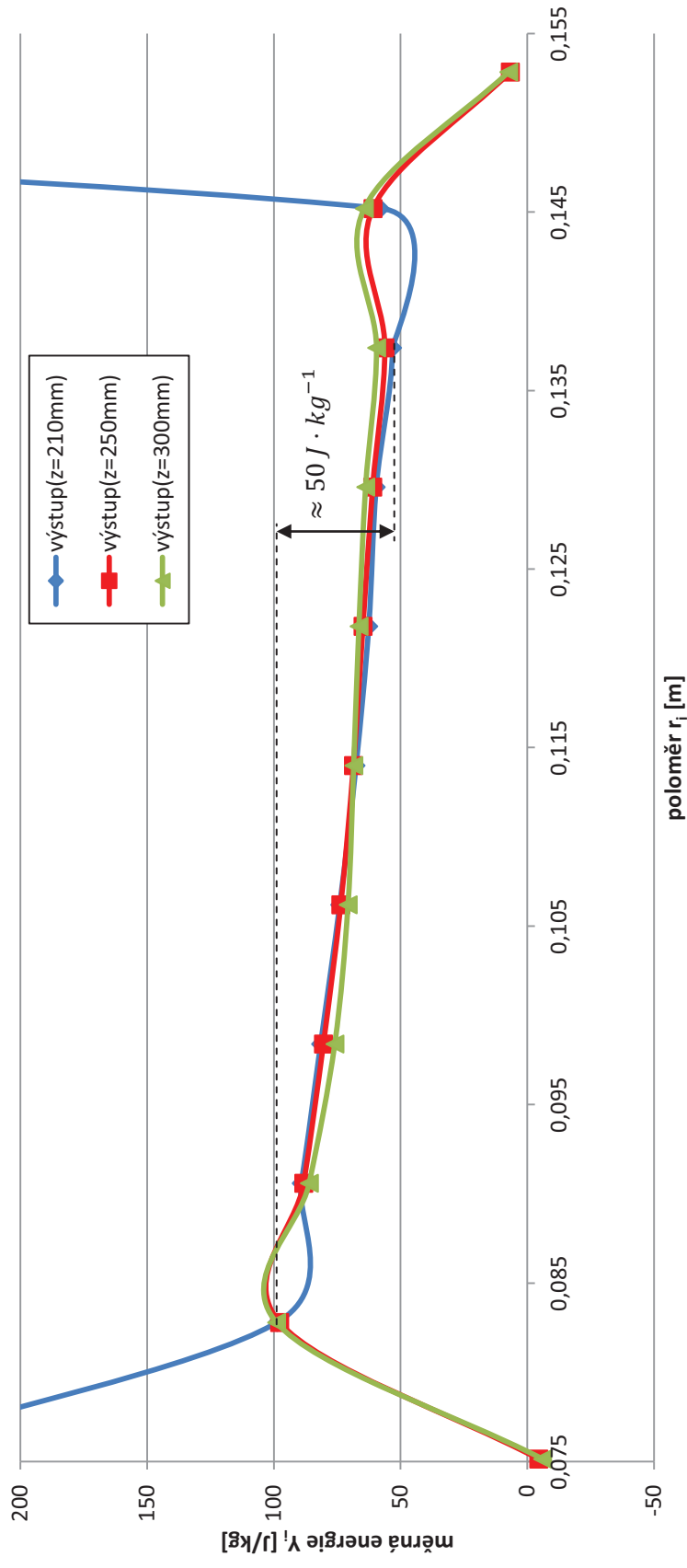
Graf 14. 7 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $Y = \text{konst}(ER)$

### Závislost $Y_i = f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $Y = \text{konst}(ER)$ )



Graf 14. 8 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $Y = \text{konst}(ER)$

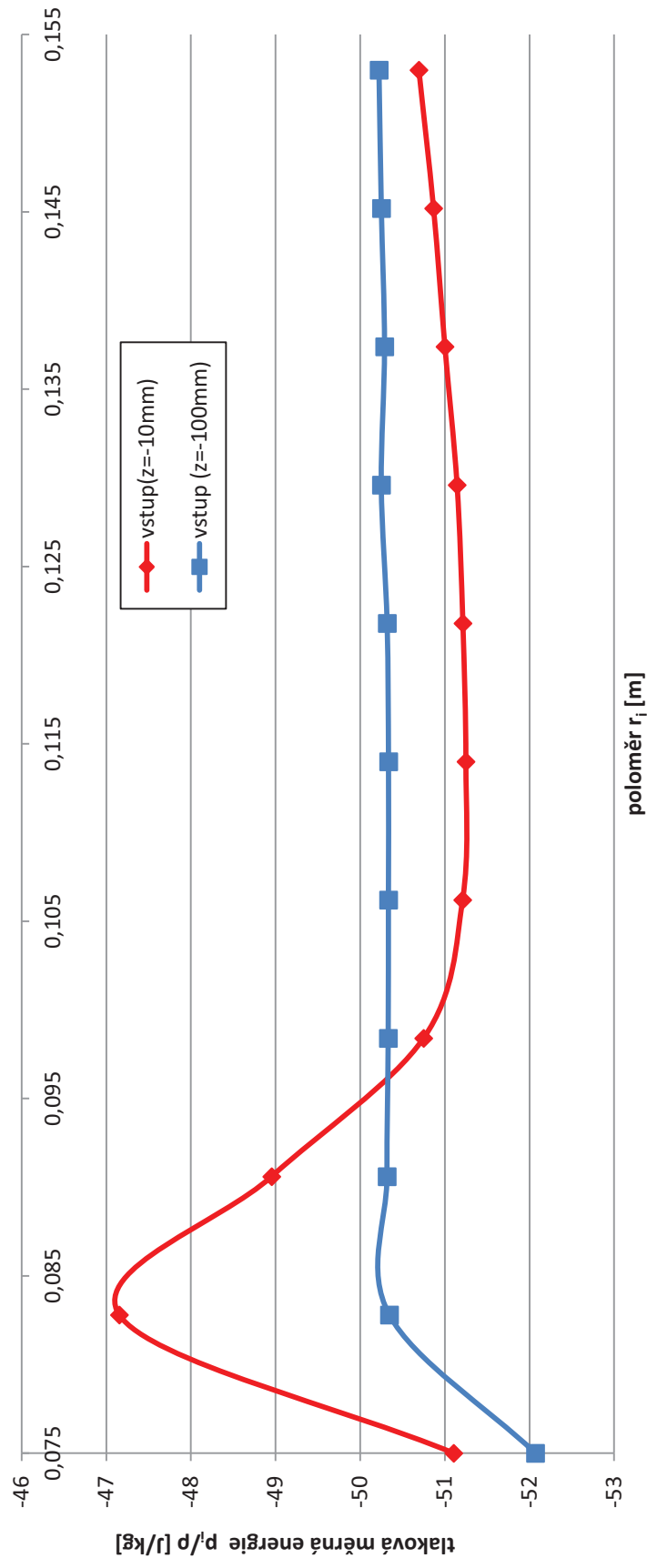
## Závislost $Y_i=f(r_i)$ v rovině za inducerem ( $Y=\text{konst}(ER)$ )



Graf 14. 9 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $Y=\text{konst}(ER)$

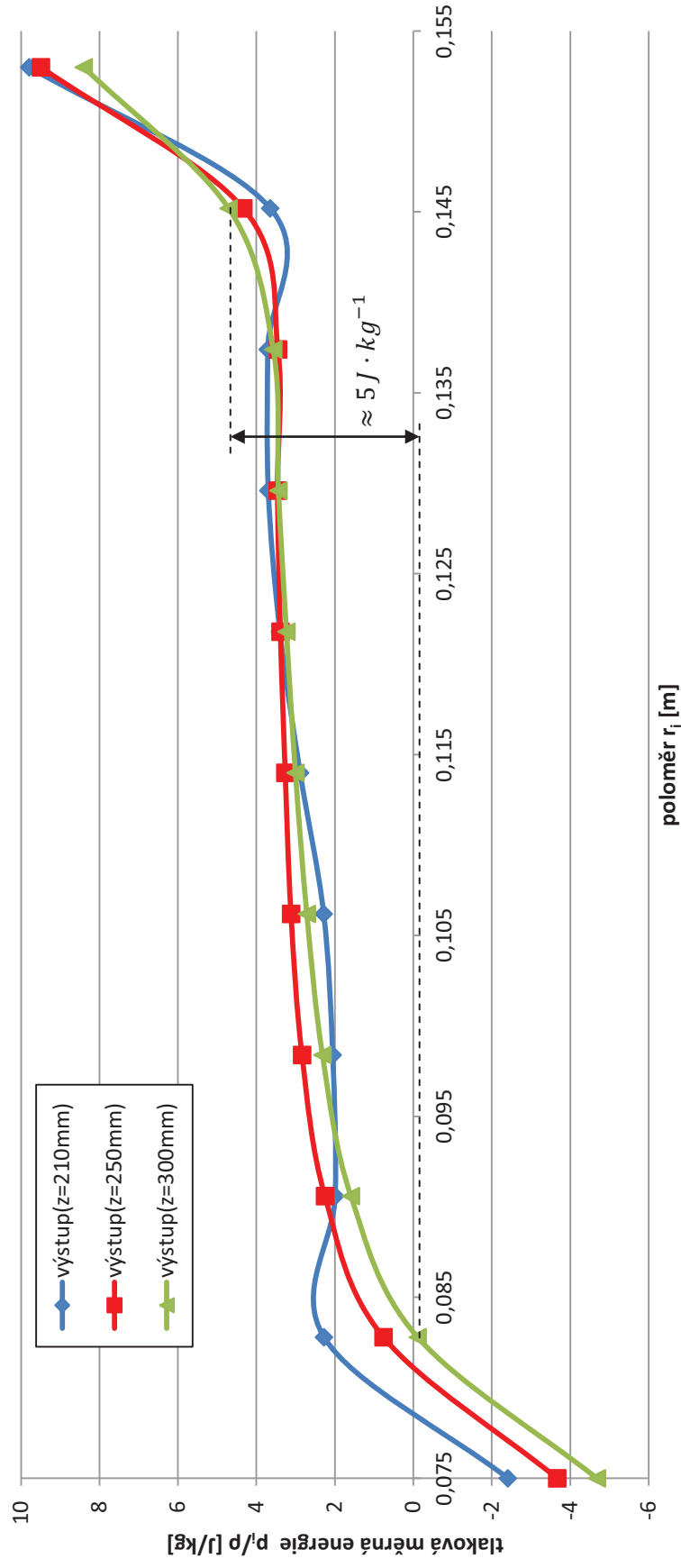


### Závislost $p_i/\rho = f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $p = \text{konst}(\text{SNG})$ )



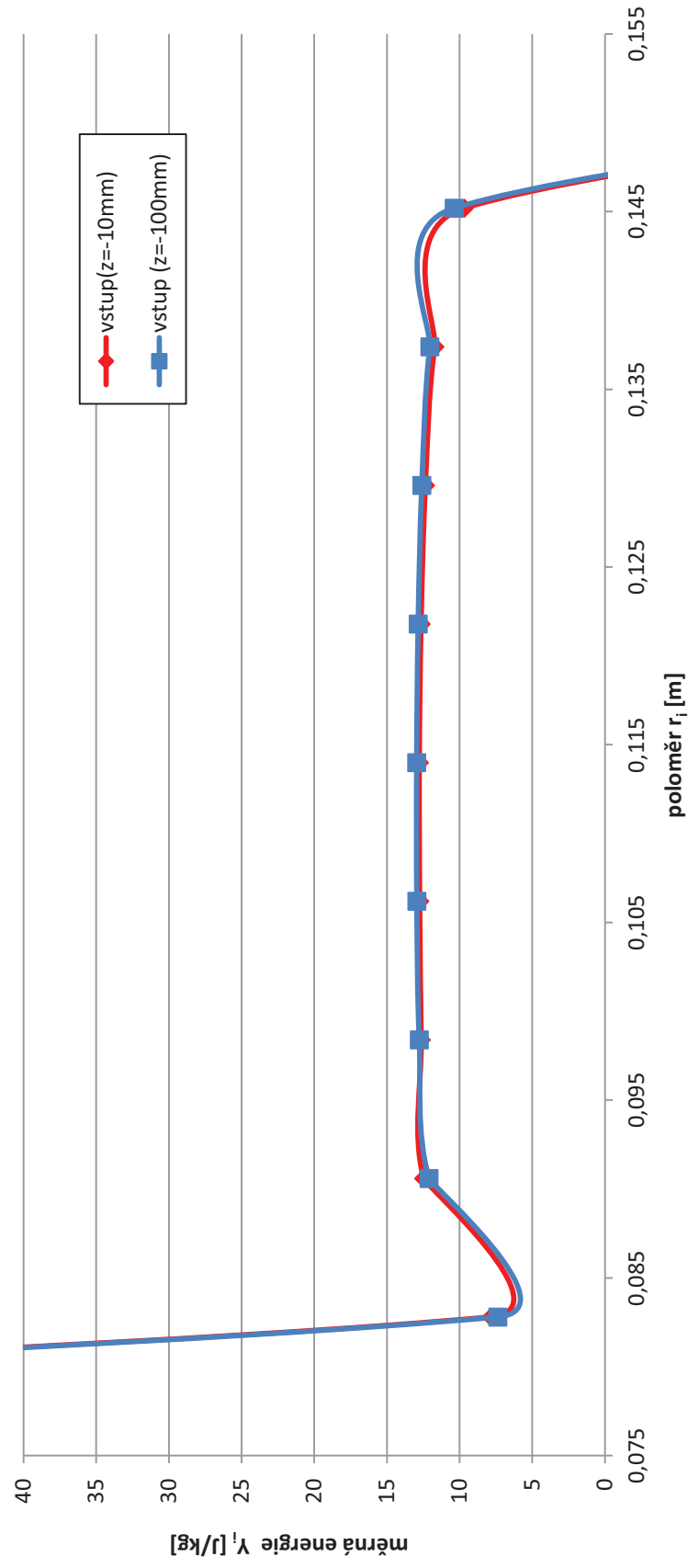
Graf 14. 10 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $p = \text{konst}$  (SNG)

## Závislost $p_i/\rho=f(r_i)$ v rovině za inducerem ( $p=\text{konst}(\text{SNG})$ )



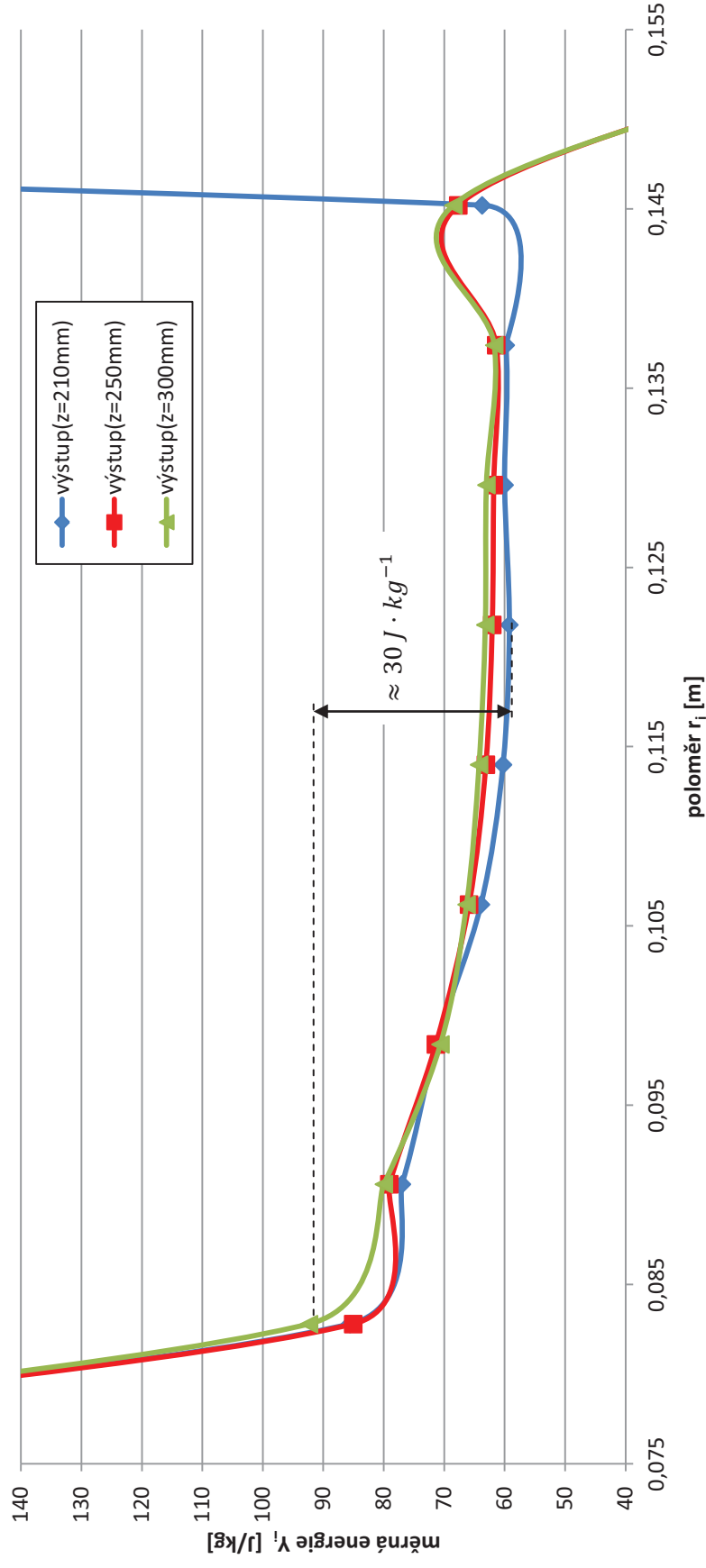
Graf 14. 11 Závislost tlakové měrné energie  $Y_{p,i}$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $p=\text{konst}$  (SNG)

### Závislost $Y_i = f(r_i)$ v rovině před inducerem ( $p = \text{konst}(\text{SNG})$ )



Graf 14. 12 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině před inducerem,  $p = \text{konst}(\text{SNG})$

## Závislost $Y_i=f(r_i)$ v prostoru před inducerem ( $p=\text{konst}(\text{SNG})$ )



Graf 14. 13 Závislost celkové měrné energie  $Y_i$  na poloměru  $r_i$  v rovině za inducerem,  $p=\text{konst}$  (SNG)

Tab. 14. 1 p-konst (ER): Vypočtené hodnoty měrné energie  $Y$ , unášivé složky absolutní rychlosti  $c_{u3}$ , vstupních/výstupních úhlů lopatky  $\beta_0, \beta_3$

index i	výpočtový poloměr r [m]	unášivá rychlost u <sub>3</sub> [m·s <sup>-1</sup> ]	řešení kvadratické rovnice					unášivá složka abs. rychlosti c <sub>u3</sub> [m·s <sup>-1</sup> ]	úhel vstupní hrany lopátky β <sub>0</sub>		úhel výstupní hrany lopátky β <sub>3</sub>	
			koeficienty kvadratické rovnice			měrná energie Y <sub>i</sub> [J·kg <sup>-1</sup> ]			[rad]	[°]	[rad]	[°]
			A	B	C	1.kořen (-)	2.kořen (+)					
1	0,075	23,4049	2,714E-05	-0,016723	2,576387	308,1306	308,1306	17,5536	0,4371	25,0447	1,0795	61,8515
2	0,0828	25,8390	2,226E-05	-0,016723	2,576387	216,4277	534,6813	11,1680	0,4004	22,9400	0,6406	36,7018
3	0,0906	28,2731	1,86E-05	-0,016723	2,576387	197,3928	701,8949	9,3089	0,3691	21,1466	0,5231	29,9708
4	0,0984	30,7072	1,576E-05	-0,016723	2,576387	187,0465	873,7510	8,1217	0,3421	19,6029	0,4509	25,8367
5	0,1062	33,1413	1,353E-05	-0,016723	2,576387	180,4046	1055,2336	7,2580	0,3187	18,2620	0,3998	22,9048
6	0,114	35,5754	1,175E-05	-0,016723	2,576387	175,7623	1248,0476	6,5874	0,2982	17,0877	0,3608	20,6696
7	0,1218	38,0095	1,029E-05	-0,016723	2,576387	172,3392	1452,9733	6,0455	0,2802	16,0516	0,3297	18,8877
8	0,1296	40,4436	9,088E-06	-0,016723	2,576387	169,7186	1670,4274	5,5952	0,2641	15,1311	0,3041	17,4229
9	0,1374	42,8777	8,085E-06	-0,016723	2,576387	167,6553	1900,6553	5,2134	0,2497	14,3084	0,2826	16,1910
10	0,1452	45,3118	7,24E-06	-0,016723	2,576387	165,9945	2143,8116	4,8845	0,2368	13,5689	0,2642	15,1369
11	0,153	47,7459	6,521E-06	-0,016723	2,576387	164,6338	2399,9988	4,5975	0,2252	12,9009	0,2482	14,2223

Tab. 14. 2 p-konst (ER): Vypočtené hodnoty základních parametrů konformního zobrazení

i	poloměr r [m]	hloubka LM L=f( r) [m]	poloha vstup/výstupní hrany lopatky		konst LM a [-]	krok h [-]	doplňky vstup/výstup $\alpha$			$\alpha$ opásání $\varphi_{max}$		souřadnice $\eta_{max}$	konst $k_1$ [-]	konst $k_2$ [-]
			x <sub>1</sub> [m]	x <sub>2</sub> [m]			$\overline{\beta}_0$ [rad]	$\overline{\beta}_3$ [rad]	[°]	[rad]				
1	0,075	0,2000	0	0,2	2,6667	200	1,1337	0,4913	270	4,71239	353,4292	0,00253	-2,871E-05	
2	0,0828	0,1955	0,00450	0,2	2,3611	200	1,1704	0,9302			399,1739	0,00020	-7,006E-06	
3	0,0906	0,1910	0,00901	0,2	2,1081	200	1,2017	1,0477			447,0757	-0,00014	-3,167E-06	
4	0,0984	0,1865	0,01351	0,2	1,8952	200	1,2287	1,1199			497,2911	-0,00019	-1,761E-06	
5	0,1062	0,1820	0,01801	0,2	1,7136	200	1,2521	1,1710			549,9916	-0,00014	-1,348E-06	
6	0,114	0,1775	0,02252	0,2	1,5569	200	1,2726	1,2100			605,3665	-0,00003	-1,413E-06	
7	0,1218	0,1730	0,02702	0,2	1,4202	200	1,2906	1,2411			663,6246	0,00010	-1,721E-06	
8	0,1296	0,1685	0,03152	0,2	1,3000	200	1,3067	1,2667			724,9972	0,00023	-2,152E-06	
9	0,1374	0,1640	0,03603	0,2	1,1934	200	1,3211	1,2882			789,7409	0,00036	-2,639E-06	
10	0,1452	0,1595	0,04053	0,2	1,0983	200	1,3340	1,3066			858,1411	0,00049	-3,145E-06	
11	0,153	0,1550	0,04503	0,2	1,0129	200	1,3456	1,3226			930,5168	0,00061	-3,647E-06	

Tab. 14. 3 p-konst (ER): Souřadnice bodů  $(x, y, z)$  geometrie lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$

j	poloměr $r_{náb}=0,075$ m (náboj ok induceru)			poloměr $r_{stř}=0,114$ m (střed výšky lopatky)			poloměr $r_{max}=0,153$ m (perimetr ok induceru)		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]
1	0	0,075	0	0,022517	0,114	0	0,045033	0,153	0
2	0,01	0,0717794	0,021742	0,031391	0,11037	0,028538	0,052782	0,149174	0,034003
3	0,02	0,0617254	0,042603	0,040265	0,09974	0,055207	0,06053	0,137501	0,0671
4	0,03	0,0450645	0,059952	0,049139	0,082846	0,078311	0,068278	0,118088	0,097285
5	0,04	0,023238	0,071309	0,058013	0,060827	0,096416	0,076027	0,091615	0,122539
6	0,05	-0,001255	0,07499	0,066887	0,035142	0,108448	0,083775	0,059357	0,141017
7	0,06	-0,025383	0,070574	0,075762	0,007451	0,113756	0,091523	0,02313	0,151242
8	0,07	-0,046303	0,059	0,084636	-0,0205	0,112141	0,099272	-0,01484	0,152279
9	0,08	-0,061979	0,042233	0,09351	-0,04702	0,103852	0,10702	-0,05208	0,143864
10	0,09	-0,071485	0,023692	0,102384	-0,07055	0,089547	0,114768	-0,08613	0,126455
11	0,1	-0,074952	0,002674	0,111258	-0,0898	0,070226	0,122517	-0,11474	0,101209
12	0,11	-0,073267	-0,01603	0,120132	-0,10379	0,047149	0,130265	-0,13612	0,069868
13	0,12	-0,067692	-0,03229	0,129007	-0,11191	0,021732	0,138013	-0,14904	0,034585
14	0,13	-0,05955	-0,04559	0,137881	-0,11391	-0,00455	0,145762	-0,15298	-0,00229
15	0,14	-0,050018	-0,05589	0,146755	-0,10991	-0,03026	0,15351	-0,14809	-0,03844
16	0,15	-0,040028	-0,06342	0,155629	-0,10036	-0,05407	0,161258	-0,13512	-0,07178
17	0,16	-0,030259	-0,06862	0,164503	-0,08597	-0,07487	0,169007	-0,1153	-0,10057
18	0,17	-0,02116	-0,07195	0,173377	-0,06766	-0,09175	0,176755	-0,09019	-0,12359
19	0,18	-0,013003	-0,07386	0,182252	-0,04649	-0,10409	0,184503	-0,06148	-0,1401
20	0,19	-0,00593	-0,07477	0,191126	-0,02356	-0,11154	0,192252	-0,03089	-0,14985
21	0,2	0	-0,075	0,2	0	-0,114	0,2	0	-0,153

Tab. 14. 4 Y-konst (ER): Vypočtené hodnoty měrné energie  $Y$ , unášivé složky absolutní rychlosti  $c_{u3}$ , vstupních/výstupních úhlů lopatky  $\beta_0, \beta_3$

index i	výpočtový poloměr r [m]	unášivá rychlost $u_3$ [m·s <sup>-1</sup> ]	měrná energie $Y_i$ [J·kg <sup>-1</sup> ]	unášivá složka abs. rychlosti $c_{u3}$ [m·s <sup>-1</sup> ]	koeficienty kvadratické rovnice			úhel vstupní hrany lopatky $\beta_0$		úhel výstupní hrany lopatky $\beta_3$	
					A	B	C	[rad]	[°]	[rad]	[°]
1	0,075	23,4049	308,1306	17,5536	0,000027	-0,016723	2,576387	0,4371	25,0447	1,0795	61,8515
2	0,0828	25,8390		15,9000	0,000022	-0,016723	3,038930	0,4004	22,9400	0,8331	47,7348
3	0,0906	28,2731		14,5312	0,000019	-0,016723	3,387235	0,3691	21,1466	0,6722	38,5135
4	0,0984	30,7072		13,3793	0,000016	-0,016723	3,656044	0,3421	19,6029	0,5630	32,2571
5	0,1062	33,1413		12,3966	0,000014	-0,016723	3,867828	0,3187	18,2620	0,4852	27,7971
6	0,114	35,5754		11,5485	0,000012	-0,016723	4,037648	0,2982	17,0877	0,4271	24,4731
7	0,1218	38,0095		10,8089	0,000010	-0,016723	4,175898	0,2802	16,0516	0,3823	21,9027
8	0,1296	40,4436		10,1584	0,000009	-0,016723	4,289947	0,2641	15,1311	0,3465	19,8548
9	0,1374	42,8777		9,5817	0,000008	-0,016723	4,385129	0,2497	14,3084	0,3173	18,1828
10	0,1452	45,3118		9,0670	0,000007	-0,016723	4,465388	0,2368	13,5689	0,2930	16,7900
11	0,153	47,7459		8,6047	0,000007	-0,016723	4,533688	0,2252	12,9009	0,2725	15,6104

Tab. 14. 5 Y-konst (ER): Vypočtené hodnoty základních parametrů konformního zobrazení

i	poloměr r [m]	hloubka LM $L=f(r)$ [m]	poloha vstup/výstupní hrany lopatky		konst LM a [-]	krok h [-]	doplňky vstup/výstup $\Delta$		záopásání $\varphi_{max}$		souřadnice $\eta_{max}$	konst $k_1$ [-]	konst $k_2$ [-]
			$x_1$ [m]	$x_2$ [m]			$\beta_0$ [rad]	$\beta_3$ [rad]	[°]	[rad]			
1	0,075	0,2000	0	0,2	2,6667	200	1,1337	0,4913	270	4,71239	353,42917	0,00253	-2,87E-05
2	0,0828	0,1955	0,00450	0,2	2,3611	200	1,1704	0,7377			399,17387	0,00155	-1,86E-05
3	0,0906	0,1910	0,00901	0,2	2,1081	200	1,2017	0,8986			447,07575	0,00099	-1,25E-05
4	0,0984	0,1865	0,01351	0,2	1,8952	200	1,2287	1,0078			497,29108	0,00070	-9,02E-06
5	0,1062	0,1820	0,01801	0,2	1,7136	200	1,2521	1,0856			549,99161	0,00057	-7E-06
6	0,114	0,1775	0,02252	0,2	1,5569	200	1,2726	1,1437			605,3665	0,00053	-5,87E-06
7	0,1218	0,1730	0,02702	0,2	1,4202	200	1,2906	1,1885			663,62464	0,00055	-5,29E-06
8	0,1296	0,1685	0,03152	0,2	1,3000	200	1,3067	1,2243			724,99723	0,00060	-5,05E-06
9	0,1374	0,1640	0,03603	0,2	1,1934	200	1,3211	1,2534			789,74086	0,00066	-5,01E-06
10	0,1452	0,1595	0,04053	0,2	1,0983	200	1,3340	1,2778			858,14113	0,00074	-5,12E-06
11	0,153	0,1550	0,04503	0,2	1,0129	200	1,3456	1,2983			930,51683	0,00082	-5,3E-06



Tab. 14. 6 Y-konst (ER): Souřadnice bodů  $(x, y, z)$  geometrie lopatky na 3 hlavních vřetových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$ 

j	poloměr $r_{nab}=0,075$ m (náboj ok induceru)			poloměr $r_{stř}=0,114$ m (střed výšky lopatky)			poloměr $r_{max}=0,153$ m (perimetr ok induceru)		
	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]	x [m]	y [m]	z [m]
1	0	0,075	0	0,022517	0,114	0	0,045033	0,153	0
2	0,01	0,0717794	0,021742	0,031391	0,110303	0,028798	0,052782	0,149138	0,034158
3	0,02	0,0617254	0,042603	0,040265	0,099237	0,056108	0,06053	0,137226	0,067661
4	0,03	0,0450645	0,059952	0,049139	0,081317	0,079897	0,068278	0,117212	0,098338
5	0,04	0,023238	0,071309	0,058013	0,05768	0,098331	0,076027	0,089722	0,123931
6	0,05	-0,001255	0,07499	0,066887	0,029991	0,109984	0,083775	0,056104	0,142342
7	0,06	-0,025383	0,070574	0,075762	0,000282	0,114	0,091523	0,01838	0,151892
8	0,07	-0,046303	0,059	0,084636	-0,02926	0,110181	0,099272	-0,02092	0,151564
9	0,08	-0,061979	0,042233	0,09351	-0,05653	0,098997	0,10702	-0,05899	0,141172
10	0,09	-0,071485	0,022692	0,102384	-0,07971	0,081498	0,114768	-0,09309	0,121418
11	0,1	-0,074952	0,002674	0,111258	-0,09744	0,059171	0,122517	-0,12086	0,093821
12	0,11	-0,073267	-0,01603	0,120132	-0,10889	0,033751	0,130265	-0,14052	0,060524
13	0,12	-0,067692	-0,03229	0,129007	-0,11378	0,007032	0,138013	-0,1511	0,024031
14	0,13	-0,05955	-0,04559	0,137881	-0,11235	-0,01931	0,145762	-0,15244	-0,01309
15	0,14	-0,050018	-0,05589	0,146755	-0,10524	-0,04383	0,15351	-0,14511	-0,04849
16	0,15	-0,040028	-0,06342	0,155629	-0,09335	-0,06543	0,161258	-0,13028	-0,08022
17	0,16	-0,030259	-0,06862	0,164503	-0,07778	-0,08334	0,169007	-0,10949	-0,10687
18	0,17	-0,02116	-0,07195	0,173377	-0,05965	-0,09715	0,176755	-0,08444	-0,12759
19	0,18	-0,013003	-0,07386	0,182252	-0,04002	-0,10674	0,184503	-0,05685	-0,14205
20	0,19	-0,00593	-0,07477	0,191126	-0,01987	-0,11226	0,192252	-0,02826	-0,15037
21	0,2	0	-0,075	0,2	0	-0,114	0,2	0	-0,153

Tab. 14. 7 p-konst (SNG): Souřadnice bodů ( $x, y, z$ ) lopatky na 3 hlavních válcových plochách o poloměrech  $r_{min}$ ,  $r_{stř}$  a  $r_{max}$ .

poloměr r=0,075 [m] (náboj induceru)					poloměr r=0,114 [m] (střed výšky lopatky)					poloměr r=0,153 [m] (perimetr ok induceru)				
fi		souřadnice k.s.s			fi		souřadnice k.s.s			fi		souřadnice k.s.s		
[°]	[rad]	x [m]	y [m]	z [m]	[°]	[rad]	x [m]	y [m]	z [m]	[°]	[rad]	x [m]	y [m]	z [m]
0,0000	0,0000	0,0000	0,0750	0,0000	-12,3109	-0,2149	0,0225	0,1114	-0,0243	-1,0710	-0,0187	0,0450	0,1530	-0,0029
18,6359	0,3253	0,0100	0,0711	0,0240	2,8178	0,0492	0,0314	0,1139	0,0056	11,9733	0,2090	0,0528	0,1497	0,0317
36,1865	0,6316	0,0200	0,0605	0,0443	17,7043	0,3090	0,0403	0,1086	0,0347	24,8946	0,4345	0,0605	0,1388	0,0644
52,7541	0,9207	0,0300	0,0454	0,0597	32,3555	0,5647	0,0491	0,0963	0,0610	37,6949	0,6579	0,0683	0,1211	0,0936
68,4263	1,1943	0,0400	0,0276	0,0697	46,7784	0,8164	0,0580	0,0781	0,0831	50,3765	0,8792	0,0760	0,0976	0,1178
83,2788	1,4535	0,0500	0,0088	0,0745	60,9791	1,0643	0,0669	0,0553	0,0997	62,9413	1,0985	0,0838	0,0696	0,1363
97,3775	1,6996	0,0600	-0,0096	0,0744	74,9638	1,3084	0,0758	0,0296	0,1101	75,3915	1,3158	0,0915	0,0386	0,1481
110,7799	1,9335	0,0700	-0,0266	0,0701	88,7387	1,5488	0,0846	0,0025	0,1140	87,7290	1,5312	0,0993	0,0061	0,1529
123,5366	2,1561	0,0800	-0,0414	0,0625	102,3090	1,7856	0,0935	-0,0243	0,1114	99,9557	1,7446	0,1070	-0,0265	0,1507
135,6924	2,3683	0,0900	-0,0537	0,0524	115,6804	2,0190	0,1024	-0,0494	0,1027	112,0735	1,9561	0,1148	-0,0575	0,1418
147,2871	2,5706	0,1000	-0,0631	0,0405	128,8579	2,2490	0,1113	-0,0715	0,0888	124,0842	2,1657	0,1225	-0,0857	0,1267
158,3564	2,7638	0,1100	-0,0697	0,0277	141,8467	2,4757	0,1201	-0,0896	0,0704	135,9897	2,3735	0,1303	-0,1100	0,1063
168,9315	2,9484	0,1200	-0,0736	0,0144	154,6514	2,6992	0,1290	-0,1030	0,0488	147,7914	2,5794	0,1380	-0,1295	0,0815
179,0415	3,1249	0,1300	-0,0750	0,0013	167,2768	2,9195	0,1379	-0,1112	0,0251	159,4913	2,7836	0,1458	-0,1433	0,0536
188,7120	3,2936	0,1400	-0,0741	-0,0114	179,7271	3,1368	0,1468	-0,1140	0,0005	171,0909	2,9861	0,1535	-0,1512	0,0237
197,9661	3,4552	0,1500	-0,0713	-0,0231	192,0068	3,3511	0,1556	-0,1115	-0,0237	182,5919	3,1868	0,1613	-0,1528	-0,0069
206,8251	3,6098	0,1600	-0,0669	-0,0338	204,1196	3,5626	0,1645	-0,1040	-0,0466	193,9958	3,3859	0,1690	-0,1485	-0,0370
215,3084	3,7578	0,1700	-0,0612	-0,0433	216,0698	3,7711	0,1734	-0,0921	-0,0671	205,3042	3,5832	0,1768	-0,1383	-0,0654
223,4332	3,8996	0,1800	-0,0545	-0,0516	227,8610	3,9769	0,1823	-0,0765	-0,0845	216,5184	3,7790	0,1845	-0,1230	-0,0910
231,2158	4,0355	0,1900	-0,0470	-0,0585	239,4971	4,1800	0,1911	-0,0579	-0,0982	227,6402	3,9731	0,1923	-0,1031	-0,1131
238,6707	4,1656	0,2000	-0,0390	-0,0641	250,9815	4,3805	0,2000	-0,0371	-0,1078	238,6707	4,1656	0,2000	-0,0796	-0,1307

